

EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

UMA ABORDAGEM ENVOLVENDO PROCESSOS PROBABILÍSTICOS, COMBINATÓRIOS E ESTATÍSTICOS

GEOVANE CARLOS BARBOSA
SIDNEY SILVA SANTOS
PRISCILA BERNARDO MARTINS
(ORGANIZADORES)



GEOVANE CARLOS BARBOSA
SIDNEY SILVA SANTOS
PRISCILA BERNARDO MARTINS
(ORGANIZADORES)

EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

UMA ABORDAGEM ENVOLVENDO PROCESSOS
PROBABILÍSTICOS, COMBINATÓRIOS E ESTATÍSTICOS

Editora Metrics
Santo Ângelo – Brasil
2024



Esta obra está licenciada com uma Licença Creative Commons

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0>

Revisão: Suelen Cristiane de Almeida Orsi

Capa: Júlia Pereira Damasceno de Moraes

CATALOGAÇÃO NA FONTE

E24 Educação estatística [recurso eletrônico] : uma abordagem envolvendo processos probabilísticos, combinatórios e estatísticos / organizadores: Geovane Carlos Barbosa, Sidney Silva Santos, Priscila Bernardo Martins. - Santo Ângelo : Metrics, 2024.
220 p. : il.

ISBN 978-65-5397-261-2

DOI 10.46550/978-65-5397-261-2

1. Estatística. 2. Probabilidade. 3. Combinatória. I. Barbosa, Geovane Carlos (org.). II. Santos, Sidney Silva (org.). III. Martins, Priscila Bernardo (org.)

CDU: 519.1/.2

Responsável pela catalogação: Fernanda Ribeiro Paz - CRB 10/ 1720



Crossref



Rua Antunes Ribas, 2045, Centro, Santo Ângelo, CEP 98801-630

E-mail: editora.metrics@gmail.com

<https://editorametrics.com.br>

Conselho Editorial

Dr. Charley Teixeira Chaves	PUC Minas, Belo Horizonte, MG, Brasil
Dra. Cleusa Inês Ziesmann	UFFS, Cerro Largo, RS, Brasil
Dr. Douglas Verbicaro Soares	UFRR, Boa Vista, RR, Brasil
Dr. Eder John Scheid	UZH, Zurique, Suíça
Dr. Fernando de Oliveira Leão	IFBA, Santo Antônio de Jesus, BA, Brasil
Dr. Glaucio Bezerra Brandão	UFRN, Natal, RN, Brasil
Dr. Gonzalo Salerno	UNCA, Catamarca, Argentina
Dra. Helena Maria Ferreira	UFLA, Lavras, MG, Brasil
Dr. Henrique A. Rodrigues de Paula Lana	UNA, Belo Horizonte, MG, Brasil
Dr. Jenerton Arlan Schütz	UNIJUÍ, Ijuí, RS, Brasil
Dr. Jorge Luis Ordellin Font	CIESS, Cidade do México, México
Dr. Luiz Augusto Passos	UFMT, Cuiabá, MT, Brasil
Dr. Manuel Becerra Ramirez	UNAM, Cidade do México, México
Dr. Marcio Doro	USJT, São Paulo, SP, Brasil
Dr. Marcio Flávio Ruaro	IFPR, Palmas, PR, Brasil
Dr. Marco Antônio Franco do Amaral	IFTM, Ituiutaba, MG, Brasil
Dra. Marta Carolina Gimenez Pereira	UFBA, Salvador, BA, Brasil
Dra. Mércia Cardoso de Souza	ESMEC, Fortaleza, CE, Brasil
Dr. Milton César Gerhardt	URI, Santo Ângelo, RS, Brasil
Dr. Muriel Figueredo Franco	UZH, Zurique, Suíça
Dr. Ramon de Freitas Santos	IFTO, Araguaína, TO, Brasil
Dr. Rafael J. Pérez Miranda	UAM, Cidade do México, México
Dr. Regilson Maciel Borges	UFLA, Lavras, MG, Brasil
Dr. Ricardo Luis dos Santos	IFRS, Vacaria, RS, Brasil
Dr. Rivetla Edipo Araujo Cruz	UFPA, Belém, PA, Brasil
Dra. Rosângela Angelin	URI, Santo Ângelo, RS, Brasil
Dra. Salete Oro Boff	IMED, Passo Fundo, RS, Brasil
Dra. Vanessa Rocha Ferreira	CESUPA, Belém, PA, Brasil
Dr. Vantoir Roberto Brancher	IFFAR, Santa Maria, RS, Brasil
Dra. Waldimeiry Corrêa da Silva	ULOYOLA, Sevilha, Espanha

Este livro foi avaliado e aprovado por pareceristas *ad hoc*.

Agradecemos ao suporte financeiro concedido pelo Instituto Federal do Espírito Santo (IFES).

Sumário

Prefácio	11
<i>Ruy César Pietropaolo</i>	
Apresentação	13
<i>Geovane Carlos Barbosa</i>	
<i>Sidney Silva Santos</i>	
<i>Priscila Bernardo Martins</i>	
Capítulo 1 - Explorando os Níveis de Letramento Estatístico: um Roteiro de Análise	19
<i>Adriano Amâncio de Oliveira</i>	
<i>Suzete de Souza Borelli</i>	
Capítulo 2 - Um Trabalho Interdisciplinar com a Educação Estatística: Professoras e Estudantes de uma Turma do 3º Ano do Ensino Médio.....	33
<i>Adriana Maira Ferreira Cardoso Monteiro</i>	
<i>Ilaine da Silva Campos</i>	
Capítulo 3 - Jogar para Aprender Probabilidade: uma Proposta Pedagógica Inspirada no Problema de Monty Hall.....	55
<i>Marlon Rafael Jordão Viana dos Santos</i>	
<i>Geovane Barbosa</i>	
<i>Sidney Silva Santos</i>	
<i>Elizangela Tonelli</i>	
Capítulo 4 - Educação Infantil e Probabilidade: Reflexões de Aulas Propostas por Professoras	77
<i>Kelly de Lima Azevedo Spinelli</i>	
<i>Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos</i>	

Capítulo 5 - Práticas Pedagógicas Inclusivas e o Ensino de Probabilidade para Estudantes com Deficiência Intelectual.....95

Ricardo Tavares de Medeiros

Andressa Mafezoni Caetano

Capítulo 6 - O Raciocínio Combinatório na Infância: Despertando o Potencial Matemático de Crianças Através de Material Educativo115

Yasmim Ferreira Campos Viana

Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon

Capítulo 7 - Saberes Estatísticos em uma Pesquisa de Opinião: Um Método em uma Revisão da Literatura139

Bruna Ferreira Lopes

Cristimara Rodrigues de Castilho

Chang Kuo Rodrigues

Capítulo 8 - Análise Combinatória em Livros Utilizados na Licenciatura em Matemática ou no Ensino Médio.....159

Jorge Henrique Gualandi

Ayandara Pozzi de Moraes Campos

Capítulo 9 - Teaching Conceptions Mobilized in the Development of the Statistical Learning Project185

Cassio Cristiano Giordano

Mauren Porciúncula

Fernanda Ângelo Pereira

Índice remissivo.....207

Sobre os autores.....211

Prefácio

Essa proposta de reunir uma coletânea de artigos científicos sobre os processos de ensino e de aprendizagem de conceitos e procedimentos concernentes à Estatística, Probabilidade e Combinatória para a educação básica, não é apenas louvável, mas também virtuosa. Mediante os desafios enfrentados atualmente pela educação, a relevância de construir ou reelaborar métodos ou processos pedagógicos inventivos e adequados para o ensino desses temas tornou-se mais premente do que nunca.

A educação básica desempenha um papel fundamental na formação de indivíduos que consigam pensar criticamente e estejam bem-informados, sendo essencial compreender conceitos estatísticos para analisar informações e tomar decisões fundamentadas. Os artigos reunidos aqui têm como objetivo não apenas o de ampliar o conhecimento teórico nessas áreas de estudo, mas também inspirar ou investigar abordagens práticas para serem aplicadas em ambientes escolares.

Cada artigo apresenta uma perspectiva singular não somente quanto aos temas – estatística, probabilidade, combinatória – mas, sobretudo, quanto ao exercício de examinar diferentes métodos e processos para envolver pesquisadores e professores ou estudantes de diferentes etapas da educação básica de modo a promover o Letramento Estatístico.

Eis aqui uma verdadeira coletânea e um precioso convite à reflexão e à ação, reafirmando que existe sim, o compromisso com uma educação de qualidade, inclusiva e transformadora.

Assim, prezado leitor, gostaríamos de convidá-lo a explorar essas páginas com mente aberta e disposição para refletir sobre as ideias e resultados aqui compartilhados conosco. Juntos, podemos transformar a educação e preparar nossos alunos para os desafios do futuro.

A todos os envolvidos neste projeto — estudantes de *stricto sensu*, pesquisadores e professores — nosso mais alto reconhecimento a uma iniciativa tão rica e promissora. Parabéns a todos!!

Ruy César Pietropaolo

Apresentação

Organizamos esta obra pensando em professores e pesquisadores, na expectativa de despertar ao leitor, provocações, reflexões e inspirações acerca dos processos de resolução de problemas, investigação, jogos e materiais manipuláveis, literatura infantil, projetos, pesquisa em sala de aula e de opinião, utilização de dados reais e oriundos do contexto dos estudantes relacionados ao ensino de estatística, probabilidade e combinatória, com a finalidade de desenvolver o letramento estatístico em estudantes inseridos nas diferentes etapas de ensino (Educação Infantil, Ensino Fundamental – Anos inicial e final - e Ensino Médio) da Educação Básica brasileira.

Neste sentido, o e-book ora proposto apresenta uma coletânea de nove artigos científicos inéditos e resultantes de pesquisas voltadas às teorizações e práticas pedagógicas de sala de aula, proporcionando fundamentos teóricos e práticos para auxiliar professores e pesquisadores em seus planejamentos escolar e investigações científicas, respectivamente, e ampliar as discussões teóricas na comunidade acadêmica da Educação Estatística.

No **capítulo 1**, intitulado *Explorando os níveis de letramento estatístico: um roteiro de análise*, Oliveira e Borelli (2024), desenvolveram um roteiro de análise que permite ao professor identificar os níveis de letramento estatístico em atividades sobre Medidas de Tendência Central, seja em livros didáticos ou em outros materiais educacionais. Nessa direção, visam contribuir e inspirar professores e pesquisadores na seleção de atividades que estejam alinhadas com o letramento estatístico, promovendo o desenvolvimento do ensino de forma problematizadora e contextualizada. Os autores destacam a importância do professor mapear os conhecimentos e níveis de letramento estatístico de seus alunos para reorganizar as situações de ensino de acordo com suas

necessidades, proporcionando novos desafios para que avancem para níveis mais complexos. Além disso, destaca a necessidade de incluir essas discussões nas formações de professores, para auxiliar no (re)planejamento de atividades que promovam o letramento estatístico.

Monteiro e Campos (2024) no **capítulo 2**, *Um Trabalho Interdisciplinar com a Educação Estatística: Professoras e Estudantes de uma Turma do 3º Ano do Ensino Médio*, discutem como uma experiência orientada pela Educação Estatística pode se constituir como uma atividade interdisciplinar que pode promover uma análise crítica por meio da Matemática, Biologia, Física e Geografia. As autoras destacam a importância de integrar conhecimentos de diferentes disciplinas e indicam que a colaboração entre os professores foi essencial para o planejamento e desenvolvimento das atividades, conferindo sentido para os alunos ao longo das atividades.

O uso de jogos no ensino de probabilidade é abordado no **capítulo 3**, *Jogar para aprender probabilidade: uma proposta pedagógica inspirada no problema de Monty Hall*, dos autores Santos, Barbosa, Santos e Tonelli (2024). O estudo apresenta um ambiente de aprendizagem colaborativa por meio de um jogo inspirado no problema de Monty Hall, com o objetivo de promover a aprendizagem de ideias fundamentais relacionadas à probabilidade condicional de forma problematizadora e contextualizada, o que inicialmente era confundido com crenças pessoais pelos estudantes, permitindo o professor identificar possíveis lacunas nos conhecimentos dos alunos e (re)pensar suas práticas pedagógicas relacionadas aos conceitos probabilísticos.

No **capítulo 4**, *Educação infantil e probabilidade: reflexões de aulas propostas por professoras*, as autoras Spinelli e Santos (2024), discutem, a partir de um encontro formativo, as práticas de ensino de Probabilidade de professoras da Educação Infantil do município de Paulista – PE. As autoras destacam a importância de incluir o ensino de probabilidade na Educação Infantil com o uso de metodologias como linguagem probabilística, uso de pesquisa em

sala com a exploração de dados oriundos da realidade das crianças, exploração da literatura infantil e por meio de experimentos práticos. Além disso, indicam que a maioria das professoras conseguiram elaborar propostas potenciais e concluem que, mesmo não sendo um conteúdo no currículo nessa etapa, é possível criar propostas e proporcionar formações para que as professoras possam construir conhecimentos e (re)planejar atividades probabilísticas para crianças.

As práticas pedagógicas inclusivas e o ensino de probabilidade para estudantes com deficiência intelectual, foram discutidas no **capítulo 5** pelos autores Medeiros e Caetano (2024), no qual apresentaram reflexões sobre o ensino da matemática e as práticas pedagógicas inclusivas. Os autores discutem que a integração entre o professor regente e o professor de educação especial se revela fundamental ao proporcionar uma mediação pedagógica com intencionalidade e sistematicidade para que estudantes com deficiência intelectual possam se apropriar do conhecimento probabilístico e mostram que é importante reconhecer as potencialidades individuais desses alunos, além de suas limitações biológicas com o objetivo de promover uma sociedade mais justa, inclusiva para que todos possam desfrutar de todo o conhecimento historicamente construído.

O **capítulo 6**, intitulado *O raciocínio combinatório na infância: despertando o potencial matemático de crianças através de material educativo*, dos autores Viana e Zanon (2024), tem como objetivo apresentar o material didático “O raciocínio combinatório na infância”, elaborado na perspectiva da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como uma possibilidade para incorporar a combinatória em práticas escolares da/na infância e, assim, tentar promover o desenvolvimento do raciocínio combinatório das crianças. Os resultados revelam que, apesar de o raciocínio combinatório fazer parte das atividades diárias das crianças, sua exploração sistemática na educação infantil ainda é limitada pela falta de formação de professores. Além disso, os autores destacam que a formação continuada de professores e o uso de material

intencionalmente planejado são elementos relevantes para que as crianças possam se apropriar dos conhecimentos combinatórios desde os primeiros anos.

Lopes, Castilho e Rodrigues (2024), no **capítulo 7**, *Saberes estatísticos em uma pesquisa de opinião: um método em uma revisão da literatura*, identificaram e selecionaram publicações relativas ao desenvolvimento de pesquisas educativas de opinião, nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Evidenciaram que o ensino de Estatística é apresentado com vistas ao social, por meio de investigações em contextos reais e de interesse dos alunos e o uso de pesquisa de opinião com abordagem colaborativa e significativa é capaz de ampliar o protagonismo do estudante durante o processo de aprendizagem.

O **capítulo 8**, *Análise combinatória em livros utilizados na licenciatura em matemática ou no ensino médio*, dos autores Gualandi e Campos (2024), revela como a análise combinatória está sendo abordada em livros didáticos utilizados na licenciatura em matemática ou no ensino médio. Os autores destacam que tanto os livros da licenciatura quanto os da educação básica abordam, cada um a seu modo, a definição dos tópicos investigados, questões com contextualizações matemáticas e sociais, a presença de resoluções por meio de registros descritivos, recursos visuais e aplicação de fórmulas. No entanto, esses livros pouco incentivam a produção de múltiplas resoluções. Por fim, os autores destacam a importância da atuação docente no desenvolvimento de práticas pedagógicas de forma que envolvam os estudantes no processo de compreensão e desenvolvimento de conhecimentos relativos à combinatória.

Teaching conceptions mobilized in the development of the Statistical Learning Project, dos autores Giordano, Porciúncula e Pereira (2024), foram discutidos no **capítulo 9**, com objetivo de identificar as concepções de ensino mobilizadas no desenvolvimento do Projeto de Aprendizagem Estatística (PAE), inserido em um programa de aprendizagem estatística multimídia para alunos do Ensino Fundamental, em uma proposta de trabalho cooperativo. Os resultados apresentados pelos autores destacam a importância da

abordagem de Estatística baseada em projetos no desenvolvimento profissional de professores e gestores, alterando de forma relevante suas concepções sobre essa ciência. Além disso, os autores destacam que a pandemia trouxe desafios, porém, apresentou oportunidades de reinvenção e colaboração. O desenvolvimento do PAE foi observado pelos participantes como uma experiência transformadora, evidenciando a importância das parcerias durante o processo de formação.

Por fim, a leitura desse e-book é um convite para ressignificar e transformar os processos de ensino e aprendizagem acerca do Ensino de Estatística, Probabilidade e Combinatória. Assim, esperamos que esta obra possa contribuir para ampliar as reflexões acerca das temáticas propostas e que possa suscitar proposições de estudos futuros.

Geovane Carlos Barbosa
Sidney Silva Santos
Priscila Bernardo Martins
(Organizadores)

Explorando os Níveis de Letramento Estatístico: um Roteiro de Análise

Adriano Amâncio de Oliveira¹

Suzete de Souza Borelli²

1 Introdução

Este artigo é um recorte de um Produto Educacional que foi construído a partir da dissertação intitulada “Medidas de Tendência Central na Perspectiva do Letramento Estatístico em Livros Didáticos do Ensino Médio”. Ele se enquadra na linha de pesquisa: Currículo, ensino e formação de professores de ciências e matemática, cujo objetivo foi desenvolver um instrumento de análise que permita ao professor não só avaliar as atividades de letramento estatístico no que tange as Medidas de Tendência Central, que estão apresentadas no livro didático, como também identificar qual o nível de letramento estatístico que os alunos possuem ao desenvolver as atividades do material didático que o professor utiliza, dando assim a oportunidade para ele fazer ajustes que permita ao aluno a ampliação de seu nível de letramento.

Todo o processo de construção deste trabalho teve início a partir de questionamentos de alguns alunos, que estavam realizando

1 Mestre em Ensino de Ciências e Matemática -Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Professor do Ensino Médio e Técnico-Etec de Ferraz de Vasconcelos-Centro Paula Souza(Ceeteps), São Paulo, SP, Brasil. E-mail:adriano.maza@gmail.com.

2 Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), campus Liberdade. São Paulo, Brasil. E-mail: suzeteborelli@gmail.com.

estágio ou já trabalhavam. Um dos alunos expressou interesse em realizar um levantamento sobre a média de troca de produtos pelos consumidores da loja onde trabalhava. Ele questionou se poderia utilizar a Moda para isso e quando seria apropriado utilizar a Mediana, além de querer compreender o significado prático de cada uma dessas medidas estatísticas.

Buscando uma resposta, consultei o livro didático, porém não encontrei um exemplo adequado. Decidi então planejar uma atividade para discutir essas questões em sala de aula, com o intuito de explorar o tema de forma mais prática. Desenvolvi uma atividade que permitiu aos alunos refletirem sobre o uso desses conceitos por meio de um exemplo concreto. Essa situação me levou a refletir sobre a preparação dos alunos para ingressarem no mercado de trabalho, onde precisam realizar avaliações, tirar conclusões e, em alguns casos, elaborar estratégias para resolver problemas. Perguntei a mim mesmo: será que o livro didático possibilita esse tipo de aprendizado? O material que estão utilizando aborda esses aspectos de maneira adequada?

Para uma compreensão mais aprofundada, recorremos a Wallman (1993, p. 1), que alerta que os alunos precisam compreender e avaliar criticamente as situações apresentadas para tomar decisões, conceito que ele denomina de “letramento estatístico”. Assim, é essencial atribuir significado aos dados e buscar soluções que possam validar um dos caminhos identificados .

Nesse sentido, também recorremos a Gal (2002), que destaca a importância de desenvolver habilidades de leitura, interpretação e análise crítica dentro de um contexto para a construção do letramento estatístico. Essas habilidades abrangem não apenas situações encontradas no meio sociocultural, mas também aquelas presentes no ambiente escolar .

Nosso objetivo é desenvolver um roteiro que permita aos professores avaliar os níveis de letramento estatístico das atividades sobre Medidas de Tendência Central, seja no livro didático ou em outro material educacional. Isso visa apoiar os docentes e

pesquisadores da área de ensino na escolha de atividades alinhadas com o letramento estatístico, contribuindo para o desenvolvimento do trabalho educacional.

2 Referencial teórico

2.1 Organização praxeológica

A Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Chevallard (1999) que estuda as condições de possibilidade e funcionamento de Sistemas Didáticos, entendido como as relações entre o sujeito – instituição - saber (em referência ao sistema didático tratado por Brousseau, aluno -professor - saber).

Segundo Chevallard (1999), essa teoria é antropológica pois busca estudar as condutas humanas em relação a matemática, mais especificamente, frente as situações matemáticas, toda atividade humana consiste em realizar uma tarefa (t), que compõem um conjunto de tipos de tarefas (T). De maneira geral para realização de determinado tipo de tarefa (T) é necessário, uma técnica (), porém pode haver mais de uma técnica, para realizar um tipo de tarefa. A palavra técnica empregada pelo autor é apresentada como uma “maneira de fazer” uma tarefa , mas não como um procedimento mecânico ou algorítmico, o autor questiona essa limitação de técnicas apresentadas por algumas instituições, o que pode acabar restringindo o surgimento de diferentes maneiras de fazer a matemática.

Para Chevallard (1999) um “saber - fazer”, identificado por uma tarefa e uma técnica, não é uma entidade isolada porque toda técnica exige, em princípio, uma justificativa, isto é, um “discurso lógico” (logos) que lhe dá suporte, chamado de tecnologia. Segundo o autor, a tecnologia vem descrever e justificar a técnica como uma maneira de cumprir corretamente uma tarefa.

Chevallard(1999), introduziu a noção de praxeologia ou organização praxeológica, que trata de uma estrutura possível para a

organização de aplicação do conhecimento, nessa perspectiva tudo que aprendemos ou ensinamos se dá por meio de praxeologias, a partir de elementos praxeológicos, tarefas, técnicas, tecnologias e teorias, simbolizadas por $[T, \theta, \Theta]$.

Para se realizar uma tarefa (T), necessitamos de uma técnica (θ), esses dois juntos, segundo Chevallard(1999), representam o saber-fazer ou bloco prático, já a tecnologia(Θ) justifica a técnica (θ), e a teoria (Θ) justifica a tecnologia (θ), esses dois juntos, representam o saber ou bloco teórico.

2.2 Letramento estatístico

Para entendermos o conceito de letramento estatístico, tomamos como base o artigo publicado por Iddo Gal em 2002, intitulado “Adults’ Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities”. Neste documento o autor considera o letramento estatístico como uma habilidade chave que se espera que os adultos atinjam após o período escolar. Em síntese, Gal (2002) considerou o letramento estatístico como a capacidade de interpretar, criticar, comunicar informações e mensagens estatísticas utilizando corretamente os termos estatísticos e se refere a dois elementos inter-relacionados:

- (a) capacidade das pessoas de interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, argumentos, ou fenômenos estocásticos, que eles podem encontrar em diversos contextos, e quando relevante (b) sua capacidade de discutir ou comunicar suas reações a tais informações estatísticas, como a sua compreensão do significado da informação, as suas opiniões sobre as implicações de esta informação, ou as suas preocupações em relação à aceitabilidade das conclusões dadas. (GAL, 2002, p.3).

O modelo proposto por Iddo Gal, assume que para que o letramento estatístico das pessoas, envolve tanto um componente de conhecimento quanto um componente disposição. (Gal, 2000), destaca que os componentes e elementos no modelo proposto não devem ser vistos como entidades fixas e separadas, mas como um

conjunto dinâmico e dependente do contexto de conhecimentos e disposições que, juntos, possibilitam um comportamento estatisticamente competente. Compreender e interpretar informações estatísticas requer não apenas o conhecimento estatístico em si, mas também a disponibilidade de outras bases de conhecimento: habilidades de letramento, conhecimento matemático e conhecimento contextual. No entanto, a avaliação crítica das informações estatísticas (após terem sido compreendidas e interpretadas) depende também de elementos adicionais: a capacidade de acessar perguntas críticas e de adotar uma postura crítica, que por sua vez é apoiada por certas crenças e atitudes.

2.3 Níveis de letramento estatístico

Tendo em mente a ideia de situar o letramento estatístico em uma perspectiva que seja relevante para alunos que estejam aprendendo Estatística, adotamos a noção de níveis de letramento estatístico proposta por Watson e Callingham (2003).

Watson e Callingham (2003), avaliando os níveis de letramento estatístico observados em alunos nas Tasmânia, na Austrália, desenvolveram uma estrutura hierárquica classificatória de níveis para avaliar o grau de letramento estatístico alcançado pelos alunos. Esses níveis são atribuídos ao letramento estatístico desde tarefas triviais do cotidiano até as mais complexas com caráter científico. No quadro 1, apresentamos os níveis por elas propostos.

Quadro 1: Níveis de Letramento Estatístico segundo Watson e Callingham(2003)

Nível	Característica
1- Idiossincrático	As etapas de tarefas neste nível sugerem um envolvimento idiossincrático com o contexto, uso tautológico da terminologia e habilidades matemáticas básicas associadas à contagem um a um e à leitura de valores nas células das tabelas.
2- Informal	As etapas de tarefas exigem apenas envolvimento coloquial ou informal com o contexto, muitas vezes refletindo crenças intuitivas não estatísticas, elementos únicos de terminologia complexa e configurações, além de cálculos básicos de tabelas, gráficos e probabilidades de um único passo.
3- Inconsistente	As etapas de tarefas neste nível, frequentemente em formatos de suporte, esperam um envolvimento seletivo com o contexto, reconhecimento apropriado das conclusões, mas sem justificação, e uso qualitativo em vez de quantitativo de ideias estatísticas.
4- Consistente não crítico	As etapas de tarefas exigem um envolvimento apropriado, mas não crítico, com o contexto, múltiplos aspectos do uso de terminologia, apreciação da variação apenas em configurações de probabilidade e habilidades estatísticas associadas à média, probabilidades simples e características de gráficos.
5- Crítico	As etapas de tarefas exigem um envolvimento crítico e questionador em contextos familiares e não familiares que não envolvem raciocínio proporcional, mas que envolvem o uso apropriado de terminologia, interpretação qualitativa de probabilidade e apreciação da variação.
6- Matematicamente Crítico	As etapas de tarefas neste nível exigem um envolvimento crítico e questionador com o contexto, utilizando raciocínio proporcional, especialmente em contextos de média ou probabilidade, demonstrando apreciação pela necessidade de incerteza ao fazer previsões e interpretando aspectos sutis da linguagem.

Fonte: Watson e Callingham (2003, p. 14). Tradução: Nossa

De acordo com as autoras, os alunos passam por todos esses níveis adquirindo cada vez mais habilidades, e por fim atingir em sua totalidade o letramento estatístico, sendo capaz de interpretar e avaliar aspectos sutis das informações estatísticas divulgadas na mídia. Os níveis de letramento estatístico propostos por Watson e Callingham (2003), foram resultados das aplicações de tarefas desenvolvidas com alunos australianos e foram analisadas de acordo com os pressupostos de Gal (2002) para o letramento estatístico. Em nosso trabalho utilizaremos esse modelo, pois é um modelo mais abrangente.

3 Metodologia do roteiro

Os estudos realizados durante a construção da dissertação, surgiu a ideia de desenvolver um Produto Educacional que servisse como uma ferramenta, possibilitando ao professor organizar e analisar a seleção de atividades de medidas de tendência central no decorrer do seu trabalho docente. O objetivo é que o professor possa identificar na atividade os níveis de letramento estatístico que o material didático apresenta, bem como na forma que o aluno a resolve.

Para o produto, propomos um roteiro que permita ao professor, a partir da escolha da atividade, identificar o nível de letramento estatístico que ela possibilita desenvolver. Utilizando a resolução inicial proposta no manual do professor, o roteiro também permite ao professor avaliar o nível de letramento estatístico demonstrado pelo aluno, independentemente de sua proximidade com a solução proposta no livro didático. Isso possibilita ao professor conhecer melhor sua turma e propor atividades adicionais para promover o avanço do letramento estatístico deles. Dessa forma, o professor pode contar com uma ferramenta que acompanha o desenvolvimento do aluno com base na qualidade das respostas, não apenas na correção absoluta. O foco está em descobrir o nível de letramento em que o aluno se encontra a partir das respostas que ele oferece para a atividade apresentada.

4 O roteiro

O roteiro, como mencionado anteriormente, visa apoiar o professor no planejamento de suas propostas de ensino, fornecendo um referencial que permite ao docente ter maior clareza sobre os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento do letramento estatístico. Isso é feito a partir do nível de letramento estatístico presente na atividade, buscando identificá-lo e mapear as lacunas de aprendizagem dos alunos nesse tema. A seguir, apresentamos o roteiro que o professor pode utilizar para orientar seu trabalho .

No quadro 2, apresentamos o roteiro que permite ao professor identificar o nível de letramento estatístico. No campo 1, é exemplificada uma questão do livro didático. No campo 2, encontra-se a resolução proposta no manual do professor. No campo 3, é feita uma análise do nível de letramento estatístico presente na solução do manual do professor. Já nos campos 4 e 5, a análise incide sobre uma possível solução apresentada pelo aluno, possibilitando ao professor identificar o verdadeiro nível de letramento do aluno e mapear os níveis de letramento estatístico em que seus alunos se encontram.

Quadro 2: Roteiro

Campo 1: Atividade do Livro Didático

8. (Enem/MEC) A permanência de um gerente em uma empresa está condicionada à sua produção no semestre. Essa produção é avaliada pela média do lucro mensal do semestre. Se a média for, no mínimo, de 30 mil reais, o gerente permanece no cargo, caso contrário, ele será despedido. O quadro mostra o lucro mensal, em milhares de reais, dessa empresa, de janeiro a maio do ano em curso.

Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio
21	35	21	30	38

Qual deve ser o lucro mínimo da empresa no mês de junho, em milhares de reais, para o gerente continuar no cargo no próximo semestre?

- a) 26 b) 29 c) 30 d) 31 e) 35

Campo 2: Resolução do Manual do Professor

$$\bar{x} = \frac{21 + 35 + 21 + 30 + 38 + x}{6}$$

$$\frac{21 + 35 + 21 + 30 + 38 + x}{6} = 30$$

$$\frac{145 + x}{6} = 30$$

$$145 + x = 180$$

$$x = 180 - 145$$

$$x = 35$$

Campo 3 : Nível de Letramento Estatístico apontado na resolução do manual do professor

() Idiossincrático- As etapas de tarefas neste nível sugerem um envolvimento idiossincrático com o contexto, uso tautológico da terminologia e habilidades matemáticas básicas associadas à contagem um a um e à leitura de valores nas células das tabelas.

() 2- Informal- As etapas de tarefas exigem apenas envolvimento coloquial ou informal com o contexto, muitas vezes refletindo crenças intuitivas não estatísticas, elementos únicos de terminologia complexa e configurações, além de cálculos básicos de tabelas, gráficos e probabilidades de um único passo.

() Inconsistente- As etapas de tarefas neste nível, frequentemente em formatos de suporte, esperam um envolvimento seletivo com o contexto, reconhecimento apropriado das conclusões, mas sem justificação, e uso qualitativo em vez de quantitativo de ideias estatísticas.

(x) Consistente não crítico - As etapas de tarefas exigem um envolvimento apropriado, mas não crítico, com o contexto, múltiplos aspectos do uso de terminologia, apreciação da variação apenas em configurações de probabilidade e habilidades estatísticas associadas à média, probabilidades simples e características de gráficos.

() Crítico- As etapas de tarefas exigem um envolvimento crítico e questionador em contextos familiares e não familiares que não envolvem raciocínio proporcional, mas que envolvem o uso apropriado de terminologia, interpretação qualitativa de probabilidade e apreciação da variação.

() Matematicamente Crítico- As etapas de tarefas neste nível exigem um envolvimento crítico e questionador com o contexto, utilizando raciocínio proporcional, especialmente em contextos de média ou probabilidade, demonstrando apreciação pela necessidade de incerteza ao fazer previsões e interpretando aspectos sutis da linguagem.
<i>Campo 4: Possível resolução do Aluno</i> Suponhamos que o aluno respondesse: Talvez a média precisa ser 30, então talvez o lucro de junho precise ser 30 também, já que a média precisa ser algo em torno de 30.
<i>Campo 5: Aparentamento do professor a cerca do nível de letramento estatístico do aluno</i>
(x) Idiossincrático
() Informal
() Inconsistente
() Consistente não crítico
() Crítico
() Matematicamente Crítico

Fonte: O autor.

Neste caso, a possível resposta “ Talvez a média precisa ser 30, então talvez o lucro de junho precise ser 30 também, já que a média precisa ser algo em torno de 30.”, se enquadra mais no nível “Idiossincrático” de letramento estatístico. Abaixo listamos algumas características que identificam esse nível. A resposta é baseada em uma opinião pessoal, a argumentação é imprecisa e a terminologia é empregada de maneira confusa. Existe uma falta de entendimento sobre como calcular a média ou como utilizar a soma dos lucros para estabelecer o valor requerido para a média. O

estudante simplesmente “chuta” 30 sem fazer o cálculo necessário.

A resposta, dada pelo aluno reflete uma compreensão subjetiva e não formal do conceito estatístico, indicando uma abordagem idiossincrática, sem demonstrar habilidades matemáticas específicas ou uma abordagem sistemática para determinar a média.

A atividade proposta no livro didático, segundo nossa análise na pesquisa, possibilita ao professor desenvolver o nível de letramento estatístico, consistente não crítico, com essa informação o professor aplica a atividade aos alunos e de acordo com as respostas obtidas é possível identificar o nível de letramento estatístico que o aluno se encontra, tendo como nível máximo o da questão.

Apontamos outras possíveis respostas que podem ser dadas pelos alunos na resolução dessa questão, no campo 4 do roteiro já mencionado.

O aluno poderia responder “Para o gerente continuar no cargo, a média do lucro precisa ser de 30 mil reais. Já temos os lucros de janeiro a maio: 21, 35, 21, 30 e 38. A média deles não dá 30, então o lucro de junho precisa ser de 35 mil reais para que a média fique em 30.” essa resposta sugere um envolvimento com o conceito de média, mas é bastante informal e não envolve uma análise crítica ou aprofundada do contexto estatístico. A resposta é simples e direta, mas a explicação do raciocínio é muito superficial. O aluno sabe que a média deve ser 30 e que o valor de junho deve ser 35, mas não explica adequadamente como chegou a esse valor ou como os cálculos são feitos. A solução é apresentada de forma muito simplificada.

O aluno utiliza a terminologia “média do lucro”, indicando uma compreensão básica, mas a resposta é informal e não reflete um entendimento profundo dos termos estatísticos envolvidos. Assim como a resposta anterior, essa afirmação não envolve cálculos específicos ou análises estatísticas mais avançadas, alinhando-se com uma abordagem mais informal.

Portanto, a resposta parece indicar um entendimento geral do conceito de média em uma tabela, mas não demonstra uma

análise estatística mais profunda, colocando-a no nível Informal.

Uma outra possível resolução por parte do aluno, poderia ser por exemplo, “A média do lucro precisa ser 30 mil reais para o gerente ficar. Para calcular a média, a gente soma todos os lucros e divide por 6, porque são 6 meses. O total dos lucros de janeiro a maio é 145 mil. A média vai ser menor que 30, então é necessário que o lucro de junho seja maior que 35 mil reais. Eu não tenho certeza, mas deve ser algo em torno de 35 ou 40 mil.”

O aluno começa bem, reconhecendo que a média precisa ser calculada e que o lucro de junho precisa aumentar a soma total. No entanto, o raciocínio não é totalmente claro, pois ele não chega à conclusão exata (35 mil reais) e ainda diz que pode ser “algo em torno de 35 ou 40”, o que é impreciso e inconsistente.

Com base nessas considerações, a resolução do aluno parece se enquadrar em um nível mais básico, associado ao “Inconsistente”.

Portanto, a resolução do aluno estaria em um nível inferior, no nível inconsistente em comparação com abordagens mais avançadas que poderiam ser aplicadas ao problema.

5 Considerações finais

O roteiro apresentado é um recurso que auxilia o professor no planejamento e na avaliação das atividades com foco no letramento estatístico. Ele possibilita identificar os diferentes níveis de letramento estatístico dos alunos durante seu desenvolvimento. O professor deve iniciar com uma atividade de letramento igual para todos os alunos e, em seguida, analisar o nível de letramento estatístico de cada aluno com base em sua resolução. Isso permite mapear o nível da turma como um todo .

Com base nos resultados obtidos, o professor pode mapear os conhecimentos e os níveis de letramento estatístico de seus alunos para reorganizar as situações de ensino respeitando o nível em que eles se encontram e propondo novas situações para que avancem para níveis mais complexos. A pesquisa destacou a

necessidade de ampliar o trabalho sobre o letramento estatístico, visto que é fundamental para que os alunos compreendam e usem com autonomia as medidas de tendência central no cotidiano. Isso lhes permite identificar fenômenos, resolver problemas e agir com criticidade e consciência. Nesse sentido, chamamos a atenção para a necessidade dessas discussões: letramento estatístico e os níveis de letramento estatístico possam ser integradas às formações dos professores, oferecendo suporte teórico para a sua compreensão, bem como para o planejamento das atividades docentes propostas que promovam o letramento estatístico.

Referências

- CHEVALLARD, Yves. **La transposition didactique. Grenoble: la pensée sauvage éditions, 1991.** L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, v. 19, n. 2, p. 221-265, 1999.
- GAL, Iddo. (2002) **Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities.** *International Statistical Review*, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.
- OLIVEIRA, Adriano Amâncio de. **Medidas de Tendência Central na Perspectiva do Letramento Estatístico em Livros Didáticos do Ensino Médio** . 2024. 94 f. Dissertação (Mestrado)- Curso de Programa Mestrado Profissional Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2024.
- WALLMAN, K. K. **Enhancing Statistical Literacy: Enriching our Society.** *Journal of the American Statistical Association*, Alexandria, v. 88, n. 421, p. 1-8, Mar. 1993.
- WATSON, J. M.; CALLINGHAM, A. R. **Statistical literacy: a complex hierarchical construct.** *Statistical Education Research Journal*, New Zealand, v. 2, n. 2, p. 3-46, 2003.

Um Trabalho Interdisciplinar com a Educação Estatística: Professoras e Estudantes de uma Turma do 3º Ano do Ensino Médio

Adriana Maira Ferreira Cardoso Monteiro¹

Ilaine da Silva Campos²

1 Introdução

Neste capítulo, discutimos como uma experiência orientada pela Educação Estatística se constituiu como uma atividade interdisciplinar. A experiência foi realizada em uma escola pública de Belo Horizonte, no ano de 2023, com uma turma do 3º Ano do Ensino Médio. A atividade foi desenvolvida como parte da pesquisa de mestrado da primeira autora, orientada pela segunda autora, e contou com a colaboração das professoras de Biologia, Física e Geografia que, no referido ano, estavam atuando na turma.

A proposta para a organização da atividade já previa as possíveis relações entre disciplinas, pois foi feito um convite ao grupo de professores da turma para colaborar com o desenvolvimento de uma atividade, que seria parte da pesquisa de mestrado. Também, destaca-se que os temas escolhidos pelos estudantes para o desenvolvimento da atividade, em uma perspectiva de pesquisa de

1 Professora e diretora escolar na Rede Estadual de Minas Gerais. Licenciatura em Matemática pelo Centro Universitário de Belo Horizonte (UNI-BH). Mestrado Profissional em Educação e Docência (PROMESTRE) pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). E-mail: adrianamairaafc@gmail.com.

2 Professora da Universidade Federal de Minas Gerais. E-mail: ila_scamos@yahoo.com.br.

opinião (Lima et al., 2010; Oliveira, 2009), favoreceram reconhecer as possibilidades interdisciplinares.

Para a discussão que estamos propondo, organizamos esse texto a partir desta introdução, mais quatro seções e as considerações finais. Na primeira seção, apresentamos os referenciais que nos apoiamos. Na segunda seção, abordamos o contexto, sujeitos e aspectos metodológicos. Na terceira seção, descrevemos o desenvolvimento da atividade. Na quarta seção, apresentamos os dados de um dos grupos que desenvolveu a atividade e das entrevistas com o grupo e com as professoras colaboradoras da pesquisa. Por fim, apresentamos as considerações finais.

2 Educação Estatística e interdisciplinaridade

Nesse estudo, a Educação Estatística é entendida como eixo integrador entre diferentes disciplinas e a Matemática, favorecendo a constituição de um ambiente de aprendizagem (Skovsmose, 2000) interdisciplinar. De acordo com Tomaz e David (2008), em relação ao ensino de Matemática, uma abordagem interdisciplinar se contrapõe ao isolamento e fragmentação dos conteúdos. Essas autoras argumentam que a interdisciplinaridade não está limitada exclusivamente a projetos específicos que envolvam a colaboração de professores de diferentes áreas de conhecimento, pelo contrário, ela pode ocorrer de maneira constante sempre que se integrar a disciplina de Matemática à diferentes situações e contextos escolares.

Na BNCC (Brasil, 2017), quanto ao ensino de Matemática, é defendida a busca por possibilidades metodológicas que favoreçam a interpretação de situações do cotidiano e em eventos de outras áreas do conhecimento, destaca-se a importância de “interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais” (Brasil, 2017, p. 533). Ainda de acordo com esse documento, em relação à Estatística, destaca-se a habilidade de

analisar gráficos e métodos de amostragem de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas (Brasil, 2017 p. 533).

Lopes (1998) defende a importância da Educação Estatística na formação dos estudantes. Para essa autora, a Educação Estatística promove uma visão menos determinista da Matemática, já que a incerteza e a aleatoriedade desempenham papéis importantes na teoria do ensino da Probabilidade e da Estatística. A relevância do ensino da Estatística também é defendida por Oliveira (2019) e Bôas e Conti (2018). Partindo desses estudos, entendemos que a Educação Estatística se constitui como um campo de pesquisa voltado aos estudos dos processos de ensino e aprendizagem relacionados à Estatística na Educação Matemática. Nesse campo de pesquisa, dentre outros aspectos, busca-se compreender como os conceitos estatísticos interagem com outras áreas de conhecimento e como contribuem para o desenvolvimento social e cultural dos estudantes, destacando a importância desses para se enfrentar os desafios contemporâneos da sociedade atual.

A Educação Estatística é central nesse estudo a partir das pesquisas desenvolvidas pelos estudantes, reunidos em grupo, com temas escolhidos por eles. Assim, buscamos em Lima et al. (2010) orientações para o desenvolvimento de uma atividade interdisciplinar com as características de uma Pesquisa de Opinião, como as já realizadas segundo a metodologia do Projeto Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião (NEPSO). De acordo com Lima et al. (2010), a proposta metodológica do NEPSO orienta a realização dos seguintes momentos ou etapas: definição do tema; qualificação do tema; definição da população e da amostra; elaboração dos questionários; trabalho de campo; tabulação e processamento das informações; análise e interpretação dos resultados; sistematização, apresentação e divulgação dos resultados.

A seleção do tema é de relevante destaque, pois é o momento crucial de interação do estudante com a atividade, em que ele tem a

oportunidade de incorporar suas experiências, dúvidas e interesses, revelando suas crenças e preocupações em relação ao futuro. A fase de qualificação do tema, dá destaque ao estudo aprofundado sobre o assunto escolhido, sendo fundamental para construir argumentos sólidos para a etapa seguinte. O processo de escolha e estudo da amostra a ser pesquisada também é de extrema importância para garantir resultados satisfatórios na pesquisa. Lima et al. (2010) enfatizam que a elaboração de um questionário eficaz depende diretamente da caracterização precisa da amostra e do estudo aprofundado do tema escolhido, no caso a qualificação do tema. Na etapa de trabalho de campo, há a interação dos estudantes com o público pesquisado. Em relação à presente pesquisa, os questionários foram aplicados e respondidos na escola em que o estudo aconteceu.

Na interpretação dos dados, que vai orientar a produção de gráficos e tabelas, os estudantes desenvolvem competências para compreender o mundo social, cultural, político e econômico em que vivem e que é fortemente influenciado por dados estatísticos. De acordo com Lopes e Socha (2020), a Educação Estatística exerce um impacto significativo em contextos do mundo real, uma vez que capacita os estudantes a se prepararem para analisar diversas situações de sua realidade. Além disso, ela os habilita a adquirir competências para criar novas possibilidades diante de desafios sociais e econômicos.

Nossa discussão também se apoia na definição de *materacia* (Skovsmose, 2000), que descreve a capacidade de utilizar a matemática de maneira crítica e reflexiva para compreender e transformar o mundo. Skovsmose (2000) defende que a *materacia* é uma competência fundamental para a cidadania crítica, uma vez que se refere à capacidade das pessoas compreenderem e avaliarem as decisões que são respaldadas em dados e conhecimentos matemáticos. Assim, a *materacia* se revela crucial para uma participação informada e consciente na sociedade, proporcionando as ferramentas necessárias para analisar e tomar decisões fundamentadas em diversos aspectos de suas vidas.

Partindo desses referenciais, acreditamos nas potencialidades de atividades interdisciplinares que se fundamentam na Educação Estatística para o desenvolvimento da *materacia* (Skovsmose, 2000) e como oportunidades de trabalhos colaborativos entre professores.

3 Contexto, sujeitos e aspectos metodológicos

A pesquisa aconteceu na Escola Estadual Professor Affonso Neves, localizada no bairro São Francisco, na cidade de Belo Horizonte. Esse bairro está na região da Pampulha, próximo à Lagoa e ao Aeroporto da Pampulha e se destaca pelo número de estabelecimentos comerciais, com uma presença significativa de galpões e de grandes empresas, e uma quantidade limitada de residências. Na região, circunvizinha ao bairro São Francisco, encontram-se várias vilas e favelas que ficam bem próximas ao Anel Rodoviário, via de tráfego intenso que liga várias regiões do país. O público atendido por essa escola é, em sua maioria, proveniente dessas vilas e favelas. A escola atende, principalmente, estudantes das comunidades Maloca, Aldeia e Sumaré, do bairro São Francisco e de bairros vizinhos.

A primeira autora deste texto, no período de sua pesquisa de campo, no ano de 2023, estava na condição de diretora dessa escola. Assim, buscou contar com a colaboração de professores que aceitassem desenvolver um trabalho interdisciplinar. Para isso, enviou um questionário *Google Forms*, via mensagem pelo *WhatsApp*, que serviu de convite para os professores participarem da pesquisa e também como um instrumento para entender como esses poderiam reconhecer relações entre os conteúdos relacionados às suas disciplinas e a proposta da pesquisas que envolve o conteúdo de Estatística. Na introdução do questionário, foram apresentados os interesses quanto ao desenvolvimento da atividade para a pesquisa, que essa demandava que os estudantes escolhessem temas que poderiam envolver outras disciplina, que não a própria Matemática, e que esperava que essas atividades fossem realizadas nas aulas dos professores colaboradores, com o

auxílio da pesquisadora, que é professora de Matemática, mas que não estava atuando como professora no momento. O questionário foi enviado para os professores que estavam atuando no 3º Ano do Ensino Médio. Essa escolha se justifica porque em 2023, quando aconteceu a pesquisa de campo, as turmas do 3º Ano ainda estavam no currículo anterior ao do Novo Ensino Médio, Ano escolar que favorecia a abordagem da Estatística nesse currículo. Também, foi informado aos professores sobre as questões éticas da pesquisa³.

A partir das respostas de parte dos professores ao questionário, entendemos que as professoras das disciplinas de Geografia e Física, que usamos os pseudônimos de Glória e Fabíola, apresentaram situações que mais se aproximam dos objetivos da pesquisa. Na nossa interpretação, as respostas dessas professoras indicavam possibilidades de um trabalho colaborativo com foco na interdisciplinaridade:

Ao trabalhar o consumo de energia elétrica e a matriz energética, é possível fazer análises gráficas e percentuais do consumo em diversos locais, como residências, estados e países (Fabíola).

A estatística pode ser aplicada em várias temáticas da geografia, como geografia urbana, rural, climatologia e população (Glória).

A turma era constituída por 30 estudantes, porém nem todos participaram da atividade, efetivamente 26 estudantes participaram, que são nomeados a partir de pseudônimos escolhidos pela primeira autora. À medida que os grupos escolheram os temas para o desenvolvimento da atividade, que descrevemos na próxima seção, convidamos a professora de Biologia, cujo pseudônimo é Bianca, a se juntar às demais professoras, pois dois grupos escolheram temas relacionados à sua disciplina.

Os estudantes participantes, tinham idades entre 17 e 22 anos⁴. Nesse grupo, existia uma diversidade em termos de origem

3 De acordo com o projeto aprovado no Conselho de Ética em Pesquisa da UFMG (CAAE67741723.5.0000.5149).

4 Os estudantes e seus responsáveis foram informados sobre as questões éticas da pesquisa. Concordearam e autorizaram a participação e registro dos dados. De acordo com o projeto aprovado no Conselho de Ética em Pesquisa da UFMG

étnica, socioeconômica e cultural. A maioria dos estudantes é residente das comunidades localizadas ao entorno da escola, mora com seus pais e ainda não tem trabalho formal. Nesse contexto escolar, é reconhecida a importância do convívio respeitoso com pessoas de diversas raças, origens, estilos de vida e orientações sexuais, entre outras características singulares.

A partir do objetivo da pesquisa, entendemos que se trata de uma pesquisa qualitativa, pois essa assume uma relevância particular quando investigamos as complexas interações sociais, dadas às constantes mudanças nas esferas da vida (Flick, 2009). A primeira autora desenvolveu os seguintes procedimentos metodológicos: a observação participante (Chizzotti, 2010) às atividades realizadas pelos estudantes e entrevistas semiestruturadas (Chizzotti, 2010) com os estudantes em grupo e com as professoras colaboradoras da pesquisa.

Na pesquisa de campo, buscamos alinhar as ações da pesquisa à dinâmica de tempo das atividades escolares. Dessa maneira, foi fundamental ter a colaboração das professoras que se dispuseram a participar, a ceder tempo de suas aulas para a realização da pesquisa e tiveram abertura ao diálogo. A nosso ver, essa foi uma grande potencialidade nesse contexto de trabalho. Essa dinâmica foi favorecida por ser a primeira autora deste artigo integrante dessa equipe escolar. Assim, reconhecemos que as relações já constituídas pela pesquisadora foram essenciais para o desenvolvimento da pesquisa de campo.

Em relação ao trabalho com os estudantes, o desenvolvimento da atividade foi desafiador, por ser uma dinâmica nova em relação a outras atividades por eles desenvolvidas frequentemente. Em específico, destacamos os momentos da elaboração do questionário, da coleta dos dados com outros estudantes da própria escola e da tabulação dos dados. Assim, consideramos que essa pesquisa, por apresentar uma proposta de atividade diferente das que são recorrentes nas práticas em salas de aula, principalmente pelo fato

dos estudantes estarem no centro da ação pedagógica tomando as decisões acerca do desenvolvimento da atividade, apresentou desafios que foram superados pela pesquisadora no momento da pesquisa de campo. Entendemos que são situações que favorecem identificar possíveis desafios às práticas dos professores que buscam vivenciar ambientes de aprendizagem como características semelhantes aos que propusemos nesta pesquisa. Dessa forma, reconhecemos que explicitar que existiram desafios revela ricas oportunidades de identificar aproximação da nossa pesquisa com experiências de outros professores e pesquisadores.

4 Descrição da atividade

A primeira autora se reuniu com as professoras Glória e Fabíola e juntas planejaram como seria o desenvolvimento da atividade, que foi organizada em oito principais momentos, como é possível perceber a partir do quadro abaixo:

Quadro 1: Descrição dos encontros e atuação das professoras parceiras

Encontro	Descrição	Atuação das professoras colaboradoras
1º	Atividade introdutória e escolha dos temas pelos estudantes	Atividade desenvolvida pela pesquisadora juntamente com a professora Glória, no seu horário de aula.
2º	Elaboração dos questionários	Atividade desenvolvida pela pesquisadora juntamente com a professora Glória, no seu horário de aula. E, em seguida, a pesquisadora continuou o desenvolvimento em um horário vago da turma ⁵ .

5 Horários vagos são aqueles em que, por algum motivo, os estudantes estão sem o professor em sala de aula e a supervisão escolar organiza alguma atividade para que eles possam desenvolver durante esse tempo.

3º	Discussão e reformulação dos questionários	Atividade desenvolvida pela pesquisadora juntamente com a professora Glória, no seu horário de aula.
4º	Aplicação dos questionários	Atividade desenvolvida pela pesquisadora juntamente com a professora Fabíola, no seu horário de aula.
5º	Tabulação dos resultados	Atividade desenvolvida pela pesquisadora sem a companhia das professoras parceiras, em horário vago da turma.
6º	Continuação da tabulação dos resultados, direcionado para a planilha eletrônica	Atividade desenvolvida pela pesquisadora juntamente com a professora Glória, no seu horário de aula. E, em seguida, a pesquisadora continuou o desenvolvimento em um horário vago da turma.
7º	Momento de análise gráfica com os grupos e pesquisa com os grupos sobre a atividade	Atividade desenvolvida pela pesquisadora de forma separada com cada grupo de estudantes na biblioteca da escola.
8º	Apresentação para a turma na aula das professoras parceiras	Atividade desenvolvida nas aulas das professoras parceiras, de acordo com temática escolhida pelo grupo.

Fonte: Sistematizado pela primeira autora.

No primeiro momento, a primeira autora explicou aos estudantes que estava realizando uma pesquisa de mestrado e os convidou para participarem da pesquisa. Para uma maior aproximação com a turma, distribuiu a letra do rap “Devagar, Escola”, do artista João Paiva, para discutir o papel da escola na vida dos jovens. Também, como exemplo de atividade que usa a Estatística, apresentou os resultados de uma pesquisa realizada na escola no ano de 2022, sobre histórico vacinal, realizada por um professor de biologia que contou com a sua colaboração (Paula, Monteiro e Reis, 2023). Ainda nesta seção, na tabela 1, apresentamos a relação dos estudantes por grupo, tema escolhido e

a disciplina em que a temática estava associada.

Para o desenvolvimento da atividade, fomos orientadas pelos estudos de Lima et al. (2010) e Lopes e Socha (2020). Entendemos que nossa proposta se constituiu como uma atividade interdisciplinar em que a Educação Estatística é usada como um eixo integrador entre as disciplinas de Geografia, Física e Biologia com a Matemática, pois utilizamos fases do método estatístico como: escolha do tema; elaboração do questionário; coleta dos dados; tabulação; representação e interpretação dos dados; e apresentação dos resultados.

A primeira autora e as professoras colaboradoras decidiram que a aplicação dos questionários seriam realizada na própria escola, envolvendo duas turmas de 1º Ano e uma do 2º Ano do Ensino Médio. Para essa decisão, levou-se em consideração a importância da representatividade da amostra na análise dos resultados, uma vez que os estudantes possuem comportamentos semelhantes ao da turma que estava realizando o trabalho e pertencem ao mesmo contexto sociocultural. Além disso, favoreceria uma maior interação entre as turmas na escola, permitindo que os grupos de estudantes pudessem colaborar e interagir com seus colegas de outras turmas. Também, foi considerado que daria uma maior visibilidade, para a comunidade escolar, em relação à pesquisa que estava acontecendo nesse contexto, podendo gerar maior engajamento em torno desse processo.

Tabela 1: Relação dos temas, grupos e disciplina relacionada

Tema interdisciplinar abordado	Pergunta norteadora da pesquisa	Área interdisciplinar	Nº de estudante integrantes do grupo	Nome dos participantes (Fictício)
Energia elétrica 1	Onde estão os maiores gastos de energia elétrica das famílias?	Física	5	Yara, Flávia, Sara, Sávio e Fábio
Educação sexual	Qual a percepção das pessoas sobre a educação sexual nas escolas, sexo na adolescência, doenças sexualmente transmissíveis?	Biologia	4	Alexandre, Paulo, Nádia e Marcelo
Energia elétrica 2	Quais são os melhores hábitos para economizar energia?	Física	7	Juliana, Diogo, Aline, Vivian, Emília, Carla e Paula
Problemas que envolvem uso de drogas	Como os jovens enxergam os problemas que envolvem o uso de drogas?	Biologia	5	Daniel, Pierre, Carlos, Francisco e José
Agricultura familiar	Como funciona a agricultura familiar?	Geografia	5	Luiz, Levi, Júlio Leandro e Rui.

Fonte: Sistematizado pela primeira autora.

Neste texto, decidimos focar nossa discussão no trabalho de um grupo, o primeiro da tabela acima, que escolheu o tema energia elétrica. Buscando destacar as associações que os integrantes do grupo estabeleceram com seus cotidianos e a relação interdisciplinar com a disciplina de Física. Para isso, apresentaremos aspectos do trabalho do grupo e daremos destaque aos dados das entrevistas que a primeira autora realizou com o grupo e com as professoras colaboradoras.

5 Apresentação e análise dos dados

O grupo que denominamos como Energia elétrica 1 formulou a pergunta de pesquisa a partir das experiências dos seus integrantes em suas próprias residências e dos estudos sobre eficiência energética discutido na disciplina de Física: *Onde estão os*

maiores gastos de energia elétrica das famílias?. A seguir, apresentamos o questionário elaborado pelo grupo:

Figura 1: Imagem do questionário de pesquisa elaborado pelo Grupo Energia elétrica 1

A presente pesquisa consiste em uma atividade interdisciplinar que combina as disciplinas de matemática e física. Seu principal objetivo é aplicar técnicas de investigação estatística para analisar situações do nosso cotidiano que são abordadas no contexto da disciplina de física. O tema escolhido pelo grupo para a pesquisa é

Identificar onde são os maiores gastos de energia elétrica das famílias?

Perguntas:

1 – Quantas pessoas moram na sua casa? _____

2 – Qual o tempo médio de banho dos integrantes da sua família? _____

3 – Quantas TVs tem em sua casa e qual o tempo médio de uso? _____

4 – Sua casa tem máquinas de lavar? Se sim quantos dias em média, ela é utilizada?

5 – Quantas geladeiras/freezer tem na sua casa? _____

6 – Quantos celulares tem em sua casa e quantas vezes são recarregados?

7 – Você tem internet com wi-fi em casa? Se sim qual o tempo médio de uso?

8 – Quais desses aparelhos você tem em casa e qual o tempo médio de uso?

Item	Tempo médio de uso em minutos
Forno elétrico	
Air-fryer	
Microondas	
Sanduícheira	
Liquidificador	

9 – O que você faz para economizar energia?

Fonte: Questionário produzido pelo Grupo Energia elétrica 1.

Na entrevista, o grupo explicitou a relação da escolha do tema com a disciplina de Física:

Pesquisadora: *Porque vocês escolheram o tema energia elétrica?*

Flávia: *Porque quando você propôs o trabalho era uma coisa que a Fabíola já estava ensinando, aí já estávamos com isso na cabeça.*

(Gravação em áudio na entrevista com a pesquisadora)

A fala da estudante Flávia expõe como o grupo viu possibilidades de articular a proposta da atividade com o que estava sendo trabalhado na disciplina de Física. Tal escolha pode ter acontecido devido à participação da professora Fabíola na atividade. Além disso, o grupo se mostrou incomodado com os gastos com a energia elétrica, aspecto discutido no âmbito da disciplina de Física. Assim, entendemos que a abertura para a escolha do tema foi uma oportunidade vista pelo grupo para dar continuidade à discussão:

Flávia: Como a Yara falou com a conscientização, eu acho que... igual a gente estava numa aula da Fabíola e fizemos as contas dos gastos chuveiro, aí deu uma pesada na consciência.

Yara: Bateu um pouco a consciência.

Flávia: Se a gente apresentar para uma pessoa que tem mais conscientização, ela vai ver que não pode ficar muito tempo no chuveiro.

(Gravação em áudio na entrevista com a pesquisadora)

Ao considerar que era um tema que poderia ser de interesse de outras pessoas, o grupo se mostrou um pouco desapontado com a atitude dos respondentes:

Pesquisadora: Como foi o momento da coleta dos dados?

Yara: Achei o pessoal muito desinteressado.

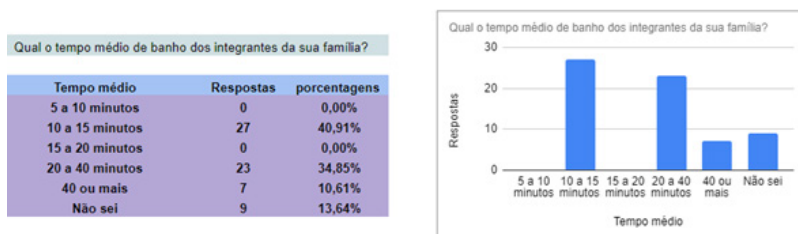
Sara: Achei que seria até pior, fora a última pergunta.

Flávia: Alguns levaram a sério outros não.

(Gravação em áudio na entrevista com a pesquisadora)

No nosso entendimento, o grupo esperava, por meio da aplicação do questionário, perceber maior engajamento dos respondentes em relação à temática. Ao mesmo tempo, no trecho anterior ao último, o grupo percebe potencialidade dos dados e consequentemente desse trabalho, para favorecer ações que visem a conscientização em relação ao consumo de energia elétrica. Após a aplicação do questionário, o grupo tabulou as respostas, como é possível visualizar nos registros a partir da figura abaixo:

Figura 3: Tabela e gráfico produzido no Excel referente aos dados da segunda pergunta do questionário



Fonte: Imagem produzida pela primeira autora a partir dos registros do grupo.

Flávia, uma das integrantes do grupo, relacionou a atividade proposta com sua atividade de trabalho a partir do uso de planilhas do Excel. Flávia é proprietária de uma confeitaria e comercializava seus produtos entre os colegas, professores e funcionários da escola. Ao usar o Excel, a estudante associou a planilha com sua atividade de trabalho:

Flávia: *Eu ia fazer a tabela da minha confeitaria assim e desisti.*

Pesquisadora: *Por que?*

Flávia: *Porque eu achei muito difícil de mexer.*

Pesquisadora: *Mas o que você estava pensando em colocar?*

Flávia: *Aí eu fiz num aplicativo.*

Pesquisadora: *Qual a diferença você achou no aplicativo?*

Flávia: *No aplicativo você coloca só as gramas e ele calcula. Já sai tudo pronto.*

(Gravação em áudio na entrevista com a pesquisadora)

O grupo demonstrou que por meio da atividade foi possível aprender como obter informações estatísticas e como são produzidas informações dessa natureza que são veiculadas nos meios de comunicação. Além disso, destaca que atividades dessa natureza pode fornecer informações para favorecer a conscientização da população sobre a temática:

Pesquisadora: *Vocês acham que vão ter um outro olhar para essas pesquisas nos meios de comunicação?*

Sara: *Acho que sim, você entende de onde os dados estão vindo. Como no período de eleições, que eles mostram as pesquisas e a gente fica assim: como eles chegaram nesse resultado?*

Pesquisadora: *Para vocês, qual o significado de trabalhar com a energia elétrica?*

Yasmin: *Para conscientizar as pessoas sobre o uso, porque tem muita gente que deixa as coisas ligadas sem estarem usando.*

Sara: *E isso deu pra ver bastante nas respostas, fizemos uma pergunta básica como “O que você faz para economizar energia?” e muitos responderam: nada, ou só desliga as luzes, ou deixou de responder. É bom passar essa conscientização para as pessoas.*

(Gravação em áudio na entrevista com a pesquisadora)

A partir dos dados apresentados nesta seção, foi possível compreender que a escolha do tema do trabalho desse grupo favoreceu a interdisciplinaridade (Tomaz e David, 2008), evidenciada por meio do questionário produzido para a investigação da temática. Também, foi possível perceber os incômodos do grupo acerca dos gastos com a energia elétrica no cotidiano das famílias, incômodos que, inicialmente, foram fomentados no âmbito da disciplina de Física. Assim, o grupo percebeu que, por meio desse trabalho, poderia colocar esse tema em evidência e investigar questões que favorecessem entender sobre o problema que formularam para o trabalho. Além disso, o grupo vislumbrou possibilidades de problematizar a partir dos dados produzidos e desenvolver ações fundamentando seus argumentos para a conscientização em relação a essa temática. Assim, entendemos que o grupo identificou na metodologia da atividade, fundamentada na Educação Estatística, condições de investigar criticamente, por meio da Matemática, o tema abordado na disciplina de Física.

É possível afirmar que o grupo percebeu como usar os conhecimentos produzidos no desenvolvimento da atividade. Por exemplo, a estudante Flávia identificou possibilidades do uso da planilha do Excel, em sua atividade de trabalho. Além disso, foi

explicitado pelo grupo que a atividade possibilitou entender como os dados estatísticos veiculados nos meios de comunicação são produzidos. Nessa direção, consideramos que a interdisciplinaridade como aconteceu, nessa proposta de trabalho e com esse grupo, fomentou discussões convergentes ao desenvolvimento do que Skovsmose (2000) denomina como *materacia*.

Até este momento, discutimos o trabalho de um grupo, passamos, a partir daqui, a dialogar com os dados oriundos da entrevista da primeira autora com as professoras colaboradoras. Durante todo o desenvolvimento da atividade, as professoras mostraram interesse e dedicação ao trabalho, mesmo quando não podiam estar fisicamente presentes em todos os momentos devido às restrições de horários das aulas. Durante nossa entrevista, elas destacaram como suas disciplinas dialogam com os conteúdos matemáticos.

Pesquisadora: Como foi a experiência de planejar junto com a professora de Matemática uma atividade interdisciplinar?

Fabiola: Achei importante, pois eu já tinha pensado nessa necessidade. Eu estou trabalhando com energia elétrica desde o início do ano. E este é um tema que tem cálculos simples e sempre cai no ENEM. É algo que trabalha com o cotidiano deles. Então, quando você me perguntou sobre esse trabalho conjunto eu pensei ser legal trabalhar as questões do consumo de energia na estatística.

Glória: No caso da geografia, por ser uma disciplina da área de humanas os alunos têm um distanciamento das exatas. Então, achei importante esse trabalho com gráficos e tabelas para integrar outros conteúdos.

(Gravação em áudio na entrevista com a pesquisadora)

As falas de Fabiola e Glória reforçam a nossa percepção da importância de desenvolver atividades interdisciplinares com a Matemática. O trabalho interdisciplinar é fundamental para uma educação escolar que seja verdadeiramente significativa para os estudantes, pois o mundo real raramente apresenta problemas ou situações que podem ser resolvidos dentro das fronteiras de uma única disciplina. Portanto, o trabalho interdisciplinar prepara os

estudantes para desafios do mundo real, capacitando-os a lidar com questões complexas que encontram em suas vidas pessoais e profissionais. No caso discutido neste capítulo, o trabalho interdisciplinar favoreceu que os estudantes conhecessem como usar os conhecimentos relacionados à Estatística para fomentar discussões de um tema da disciplina de Física. Também, durante as discussões com as professoras, ficou evidente que os estudantes se distanciam da Matemática de maneira distinta em comparação a outras disciplinas:

Pesquisadora: *Como, antes dessas atividades, vocês percebiam as possibilidades de desenvolver atividades interdisciplinares com a Matemática?*

Fabíola: *Tem muita coisa na Física. A gente quase caminha de mão dadas com a Matemática. A Física depende muito da Matemática. Interpretação de gráficos e tabelas é muito importante.*

Pesquisadora: *Vocês acham que eles têm muita dificuldade de transformar uma situação em um modelo?*

Fabíola: *Vejo essa dificuldade deles em questões bem simples. Eu tenho que voltar nos números inteiros, por exemplo, e acho que ainda tem um grande caminho a se trabalhar.*

Glória: *Eles têm que entender que tabela e gráfico também é forma de leitura. Na Geografia, acho que a questão da geometria e as questões espaciais também são importantes. Eles têm muita dificuldade de enxergar a representação de alguma coisa. Uma forma de relevo, por exemplo, na inclinação de uma vertente eles têm uma certa dificuldade de compreender, tem algumas outras questões de escala, de grandezas.*

Pesquisadora: *Vocês acham que tem uma barreira quando chega na Matemática?*

Fabíola: *Tem sim. Eu lido muito com isso. Trabalho com muita conta, mas eles se perdem muito. Porque sempre tem um número inteiro, uma fração ... Eles têm dificuldade em reconhecer grandezas em um texto, por exemplo. Exemplo, tem lá um 50° , é uma temperatura certo?. Mas, eles não entendem que devem colocar esse número na fórmula no lugar da temperatura. As vezes eles sabem fazer, explicam na oralidade, mas não conseguem colocar nas fórmulas.*

(Gravação em áudio na entrevista com a pesquisadora)

Para além do tema, as professoras destacam tópicos específicos dos conteúdos da disciplina de Matemática que são necessários para o desenvolvimento das discussões em suas disciplinas. O fato dos estudantes terem dificuldades com a Matemática, conforme relatado pelas professoras, reforça a necessidade de práticas que estabeleçam relações com outras atividades escolares e temas abordados na escola. Assim, criando mais possibilidades de favorecer a interdisciplinaridade.

Para Bianca, Fabíola e Glória, o trabalho interdisciplinar se caracteriza como uma oportunidade de resgatar nos professores anseios por uma Educação que seja significativa e transformadora da vida das pessoas:

Pesquisadora: A gente precisa de rever essas coisas como escola, também esses momentos de planejamento para realizar essas atividades da melhor forma.

Glória: Como combinação por turma ou por área.

Fabíola: Achar coisas em comum é difícil e o tempo é pouco e acabamos focando nas reuniões nas questões burocráticas e durante a semana cada um faz seu módulo separadamente.

Pesquisadora: E são muitas demandas.

Glória: Acho que é um problema estrutural da educação, não é um problema da nossa escola. Na universidade, a gente não dialoga com outros cursos.

(Gravação em áudio na entrevista com a pesquisadora)

Atividades interdisciplinares que envolvem diferentes disciplinas, como a que relatamos no presente capítulo, favorecem a articulação dos conhecimentos oriundos de diferentes disciplinas, oferecendo possibilidades de produção de um conhecimento completo com mais significado e que realmente sejam eficientes para resolver problemas e situações do dia a dia dos estudantes. Em Tomaz e David (2008), as autoras abordam a interdisciplinaridade no ensino da Matemática e sua importância na necessidade de contrapor o isolamento e a fragmentação dos conteúdos.

6 Considerações finais

Neste capítulo, nossa proposta foi discutir como uma experiência orientada pela Educação Estatística se constituiu como uma atividade interdisciplinar. A interdisciplinaridade foi fomentada no âmbito da atividade a partir da relação estabelecida com o tema escolhido pelo grupo que estava sendo discutido na disciplina de Física. Metodologicamente, a nosso ver, a proposição da atividade envolvendo um grupo de professoras de outras disciplinas favoreceu a percepção dos estudantes quando as possíveis relações entre as disciplinas.

Percebemos que os estudantes produziram sentido quanto à atividade ao escolher um tema que estavam estudando nas aulas de Física e, no decorrer da atividade, conseguiram fazer análises críticas dos resultados relacionados à questões sobre o consumo de energia. Foi importante, também, a relação estabelecida pela estudante Flávia quando ao uso da planilha do Excel na sua atividade de trabalho, em sua confeitaria.

Destacamos que a discussão de um tema originado de outra disciplina, no caso a Física, favoreceu uma análise crítica por meio da Matemática, no âmbito do trabalho do grupo. Poderíamos, então, continuar essa discussão sobre como os estudantes usam os conhecimentos matemáticos e da Estatística quando são convidados a discutir temas abordados em outras disciplinas.

Acreditamos que a possibilidade de questionar e refletir sobre os dados aproximou os estudantes de uma compreensão oportuna da Estatística como uma ferramenta eficaz para a resolução de problemas em diversas áreas. Além disso, a atividade promoveu o trabalho em grupo, permitindo que os estudantes compartilhassem diferentes perspectivas e experiências, enriquecendo o processo de aprendizagem coletiva e fortalecendo a colaboração entre eles. Entendemos que os momentos da produção do questionário, da coleta dos dados na própria escola e da tabulação dos dados favoreceram aos estudantes perceberem como se chega aos resultados que foram, posteriormente, apresentados nos gráficos e

tabelas. Consideramos que a atuação nessas etapas possibilita aos estudantes desenvolver competências para analisar criticamente resultados de pesquisas que se apoiam em dados estatísticos.

Reconhecemos os enormes desafios, nos diversos contextos escolares, para desenvolver atividades interdisciplinares na perspectiva em que abordamos nesse capítulo. Contudo, destacamos que no contexto relatado foi possível e que fomentou o trabalho colaborativo entre professores. Nessa direção, tensionando o modelo em que nós professores fomos formados e que tendemos a reproduzir diante das condições de trabalho em que desenvolvemos nossas práticas pedagógicas.

Para não finalizar, ou seja, para continuar as reflexões, acrescentamos que o convite à professores de diferentes disciplinas possibilitou o planejamento e desenvolvimento da atividade. Assim, entendemos que esse pode ser um passo inicial e fundamental para os professores de Matemática que tenham interesse em desenvolver atividades dessa natureza.

Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. SEF. Brasília: MEC/SEF, 2017

BÔAS, Sandra Gonçalves Vilas; CONTI, Keli Cristina. Base nacional comum curricular: um olhar para estatística e probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental. **Ensino Em Re-Vista**, Uberlândia, v. 25, n. 4, p. 984-1003, 2018.

CHIZZOTTI, Antônio. **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. Cortez editora, 2010.

FLICK, Uwe. **Desenho da pesquisa qualitativa**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

LIMA, Ana Lúcia D'Império et al. (eds.). **Nossa escola pesquisa sua opinião: manual do professor**. 3 ed. São Paulo: Global, 2010. Disponível em <http://www.nepso.net/publicacao>. Último acesso

em: 24/07/2024.

LOPES, Celi Espasandin; SOCHA, Rogério Ramos. Investigação estatística nas aulas de matemática. **Revista de Educação Matemática**, v. 17, p. 1 -18, 2020.

PAULA, Rayan Silva de; MONTEIRO, Adriana Maira Ferreira Cardoso; DOS REIS, Deyse Almeida. Cartão de vacinação como um instrumento para incentivar a autonomia vacinal de estudantes: um relato de experiência. **Cenas Educacionais**, Caetité, v. 6, p. 1-42, 2023.

OLIVEIRA, Felipe Júnio de Souza. **Letramento' estatístico na educação básica: O uso de tecnologias digitais em pesquisas de opinião**. 226f. Dissertação (Mestrado em Educação e Docência) –Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte 2019.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

TOMAZ, Vanessa Sena, DAVID, Maria Manuela M. S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática em sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

Jogar para Aprender Probabilidade: uma Proposta Pedagógica Inspirada no Problema de Monty Hall

Marlon Rafael Jordão Viana dos Santos¹

Geovane Barbosa²

Sidney Silva Santos³

Elizangela Tonelli⁴

1 Introdução

Reconhecer os alunos como protagonistas no processo de ensino e de aprendizagem exige por partes dos professores uma criticidade e reflexão sobre suas práticas para que sejam construídos ambientes de aprendizagem que incentivem o pensamento crítico e desenvolva a cidadania dos discentes. Assim,

-
- 1 Licenciando em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo, campus Cachoeiro de Itapemirim. Engenheiro Civil. Pós-graduado em Ensino de Ciências com ênfase em Física pelo Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), campus Cachoeiro de Itapemirim. E-mail: mrjvds@gmail.com
 - 2 Docente do Instituto Federal do Espírito Santo, campus Cachoeiro de Itapemirim. Professor Permanente do Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat). Pós doutorando em Educação Matemática pelo Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, e-mail: geovane.barbosa@ifes.edu.br
 - 3 Docente do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Stricto Sensu da Universidade Cruzeiro do Sul, Campus Liberdade. Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul e pós-doutor em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC-Campinas). E-mail: sidneysantosnm@gmail.com
 - 4 Docente do Instituto Federal do Espírito Santo. Doutora em Cognição e Linguagem pela Universidade Estadual do norte fluminense (Uenf). E-mail: elizangelat@ifes.edu.br

promover uma experiência de aprendizagem agradável, movida pela curiosidade e pelo desejo constante de conhecimento, e não simplesmente pela sua utilidade ou sabedoria técnica (Grando, 2000) é um dos objetivos desse protagonismo.

Nesta direção, esse protagonismo pode ser proporcionado com um processo de ensino e de aprendizagem, baseado na investigação coletiva, na ação e na participação, envolvendo os alunos num processo colaborativo que valoriza a troca de ideias e o desenvolvimento de competências sociais. Neste contexto, a inserção do jogo, nesses processos, proporciona uma oportunidade de jogar para adquirir conhecimento (Grando, 2000). De acordo com Moran (2015), é importante criar desafios e situações-problema bem planejadas para que os estudantes possam desenvolver habilidades desejadas. Isso significa que as estratégias educacionais precisam ser acompanhadas de metas intencionais, que incentivem a participação ativa dos alunos, envolvendo-os de forma efetiva no processo de aprendizagem.

Conforme Borin (2004), o jogo trata-se de uma estratégia para promover o desenvolvimento das habilidades de raciocínio que facilitam a absorção e o processamento de informações para a resolução de problemas, como organização, atenção e concentração, o que tornam o aprendizado numa outra perspectiva, de jogar para aprender, fornecendo um ambiente seguro para os alunos explorarem e praticarem essas habilidades.

O jogo na educação matemática parece justificar-se ao introduzir uma linguagem matemática que pouco a pouco será incorporada aos conceitos matemáticos formais, ao desenvolver a capacidade de lidar com informações e ao criar significados culturais para os conceitos matemáticos e o estudo de novos conteúdos. (Moura, 1994, p. 24).

Embora a citação refere-se ao ensino de matemática, utilizaremos neste artigo, para ensinar conceitos probabilísticos. O ato de brincar, presente no jogo, brinquedo e brincadeira, proporciona prazer e promove o desenvolvimento cognitivo, social e emocional dos estudantes. Enquanto o jogo envolve regras, o

brinquedo é manipulável, e a brincadeira permite interação livre, no qual todos compartilham o caráter lúdico (Miranda, 2001).

Com base no exposto, elaboramos a pergunta que norteia este estudo: **Investigar as percepções de um grupo de estudantes do ensino médio ao se deparar com uma sequência didática que utiliza um jogo para ensinar conceitos de probabilidade.**

Nesta direção, este artigo tem por objetivo elaborar um ambiente de aprendizagem colaborativo por meio de um jogo inspirado no problema de Monty Hall, com a finalidade de ensinar os conceitos fundamentais de probabilidade. Dessa forma, ao valorizar a colaboração, a investigação e o engajamento dos estudantes, busca-se desenvolver habilidades prepará-los para enfrentar situações-problema oriundos da sua realidade, além de, desempenhar um papel ativo e informado na sociedade contemporânea.

O jogo que de Monty Hall é um intrigante desafio de probabilidades que vem de um clássico programa de TV. Nele, você enfrenta três portas: atrás de uma, há um prêmio valioso, enquanto as outras duas escondem cabras. Após escolher uma porta, o apresentador, que sabe onde está o prêmio, abre uma das portas restantes, revelando uma cabra. Agora, você pode manter sua escolha ou trocar para a outra porta. Embora pareça que as chances são iguais, trocar na verdade aumenta suas chances de ganhar de $1/3$ para $2/3$, mostrando como a intuição pode enganar quando se trata de probabilidade.

Na seção seguinte apresenta-se uma discussão teórica sobre o uso de jogos no ensino de probabilidade.

2 O jogo no ensino de probabilidade

O uso de jogos no ensino de probabilidade é um dos recursos empregados pelos professores em suas aulas. Os jogos que envolvem normas preestabelecidas e objetivos comuns aos participantes, podem contribuir para o desenvolvimento de

conceitos probabilístico na perspectiva de Grando (2000), pois, estimulam o pensamento lógico e criterioso, que é necessário para resolver os desafios propostos pelo jogo, além de possibilitarem a interpretação de informações, a busca de soluções, o levantamento de hipóteses e a coordenação de diferentes pontos de vista, habilidades fundamentais para o processo de jogar e para o desenvolvimento do conhecimento (Petty, 1995), em especial, probabilístico.

O jogo é um recurso didático importante para o desenvolvimento do pensamento dedutivo das crianças, que ao participarem de jogos que envolvem lógica e raciocínio, são desafiadas a usar um método hipotético-dedutivo, que consiste em fazer suposições, testar hipóteses, verificar resultados e tirar conclusões. Esse processo estimula as crianças a desenvolverem habilidades como: identificar padrões e variações, controlar as variáveis do jogo, observar e registrar os dados, analisar os riscos e as possibilidades de cada lance, pesquisar e problematizar sobre o jogo, construindo conhecimento (Grando, 2000).

No processo de ensino e de aprendizagem a implementação de jogos como forma de intervenção pedagógica requer uma consideração cuidadosa dos momentos ou etapas do jogo, que são relevantes para a prática educacional. Grando (2000, 2004), destaca a importância de se compreender e levar em conta esses momentos ou movimentos durante a utilização dessas atividades, conforme apresenta-se:

1. Familiarização com o material do jogo: os alunos são apresentados aos componentes físicos, como dados, peões e tabuleiros, podendo explorá-los e simular jogadas. Frequentemente, eles identificam elementos familiares e fazem analogias com jogos já conhecidos.
2. Reconhecimento das regras: pode ocorrer por explicações do orientador, leitura das regras ou pela prática de várias partidas. O orientador pode jogar com um aluno que já conhece o jogo, enquanto os demais observam para identificar as regras e internalizá-las.

3. O “jogo pelo jogo” / jogar para garantir regras: jogar para consolidar a compreensão das regras, com foco na jogabilidade e na exploração dos conceitos matemáticos. O objetivo é garantir que as regras sejam compreendidas e aplicadas corretamente durante a experiência.
4. Intervenção pedagógica verbal: durante o jogo, o orientador intervém diretamente, fazendo perguntas e observações para estimular os alunos a analisar suas jogadas. O foco é na antecipação de movimentos, avaliação de ações e correção de erros, promovendo uma análise aprofundada e conectando as estratégias dos alunos com conceitos matemáticos.
5. Registro do jogo: O registro do jogo documenta o progresso e desempenho dos alunos, fornecendo uma base para análises futuras e reflexões sobre processos matemáticos. O orientador deve incentivar o registro escrito para aprofundar a compreensão do jogo, aprimorar habilidades matemáticas e desenvolver competências na resolução de problemas.
6. Intervenção escrita: os alunos resolvem problemas propostos para analisar o jogo e focar em conceitos matemáticos. O professor destaca limites da atividade e incentiva registros das estratégias, promovendo reflexão e aprimoramento no desempenho.
7. Jogar com “competência”: conhecido como “jogar com competência,” os alunos aplicam estratégias aprimoradas com base nas análises anteriores, utilizando as competências desenvolvidas para jogar com maior conhecimento e consciência.

Conforme discutido por Ricardo (2017), os jogos têm sido explorados na educação básica, com aplicações e resultados em pesquisas. Dentre os jogos utilizados, destacam-se os seguintes exemplos:

Luvison e Santos (2013) propõem a introdução da

probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental através do jogo “Travessia do rio”, desenvolvido pela Associação de Professores de Matemática de Portugal. Batista e Borba (2015), destacam que este jogo aborda conceitos como espaço amostral, conjunto completo de possibilidades e aleatoriedade, onde o resultado não pode ser previsto com certeza. Os autores enfatizam o papel do professor em incentivar a reflexão e o conhecimento dos alunos, através de perguntas que exploram a percepção de eventos equiprováveis, independência de eventos e a natureza aleatória dos resultados.

Conforme Piano e Toillier (2010), o jogo Bozó, similar ao Yam e ao General, é popular nos estados do Mato Grosso e Mato Grosso do Sul, combinando estratégia e sorte com o lançamento simultâneo de cinco dados, além disso, os autores destacam a utilização de jogos com dados e moedas, mesmo na era dos equipamentos eletrônicos. Cardoso e Moreira (2009) destacam sua aplicabilidade nos anos finais do ensino fundamental, no qual os estudantes utilizam operações de adição e multiplicação, além de serem introduzidos conceitos de análise combinatória e probabilidade, o que torna o aprendizado probabilístico mais dinâmico, promovendo o desenvolvimento de habilidades analíticas e de tomada de decisão entre os estudantes em cenários de incerteza e variabilidade.

Por outro lado, Santos (2013) propõe o uso do jogo Batalha Naval, enfatizando sua popularidade e variações. Essas abordagens introduzem conceitos probabilísticos, estratégia e tomada de decisão, complementando os métodos tradicionais com uma experiência educacional diversificada.

Portanto, os jogos, ao serem incorporados ao ensino de probabilidade, enriquecem o aprendizado matemático, capacitando os alunos a enfrentar desafios lógicos de forma colaborativa, promovendo um ambiente educacional mais prazeroso ao estudante.

Na seção seguinte, apresenta-se a metodologia de pesquisa e suas características, que fornecem subsídios tanto para a organização do estudo quanto para os processos de análise dos dados.

3 Metodologia

Neste estudo utiliza-se a pesquisa qualitativa em educação, que segundo Moreira (2016), envolve a interpretação dos significados atribuídos pelos indivíduos e suas ações, utilizando observação participativa para gerar questionamentos e hipóteses, com o objetivo de criar uma narrativa detalhada e interpretativa por meio da análise de casos específicos. Segundo Bogdan e Biklen (1994), é importante que os investigadores compreendam os pensamentos subjetivos dos participantes. A complexidade do ambiente analisado exige uma visão abrangente que considere essas informações subjetivas.

Segundo Moreira (2016), neste modelo de pesquisa ocorre a abrangência de um dos principais tópicos que é o da interpretação dos significados designados pelos indivíduos e as suas ações que passam pela observação participativa, na qual são criados questionamentos e hipóteses, analisando pela aplicação de estudos de casos particulares com o objetivo de buscar uma narrativa com detalhes e o modelo interpretativo das propostas.

Para compor o *corpus* de análise desse estudo, 23 alunos do 3º ano do Ensino Médio da Escola EEEFM Wilson Resende foram convidados a participar do estudo que tem por objetivo investigar as suas percepções em relação ao uso de jogos voltados para o processo de ensino e de aprendizagem de conteúdos de probabilidade, segundo os alunos, eles desconheciam o conteúdo apresentado.

Segundo Zabala (1998), as sequências didáticas são apresentadas da seguinte forma:

[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos [...] (Zabala, 1998, p.18).

A Sequência Didática apresentada neste estudo, têm como foco o problema de *Monty Hall*, consistindo em quatro etapas distintas. Para sua implementação, estima-se a necessidade de

sete aulas, embora essa quantidade possa variar de acordo com as demandas do professor.

A sequência didática será composta por quatro momentos: no 1º momento, os alunos discutirão seus conhecimentos prévios sobre probabilidade e participarão de uma roda de conversa após resolverem um problema apresentado. No 2º momento, a questão será reexaminada, jogos com o problema de Monty Hall serão distribuídos, e os grupos debaterão para justificar suas respostas, cada grupo escolhe um apresentador, enquanto os demais são desafiados a ganhar o prêmio. Após 10 minutos de familiarização com o jogo, os alunos receberam uma tabela para coletar dados das rodadas e entregá-la ao professor ao final. No 3º momento, uma aula expositiva abordará os conceitos de probabilidade, e os alunos apresentarão uma resposta final ao problema. Por fim, no 4º momento, será aplicado um questionário para avaliar o aprendizado e as percepções dos estudantes.

A seguir, apresentamos a análise da aplicação das sequências didáticas e das discussões realizadas.

4 Apresentação, descrição e análise da sequência didática

Fundamentado na estrutura das aulas pela aplicação do jogo, foi desenvolvida uma proposta destinada as aulas de Matemática do terceiro ano do Ensino Médio, a qual exhibe elementos como a introdução de um desafio textual, rodas de conversa e a utilização de jogos, a coleta de dados e a adoção de aula expositiva e dialogada, visando a exploração de conceitos relacionados à teoria das probabilidades, conforme detalhado a seguir.

1º momento (2 aulas): Inicia-se com a apresentação das etapas de ensino, organizadas para otimizar o tempo e estruturar o aprendizado dos alunos. São feitas discussões breves sobre os conhecimentos prévios dos estudantes em probabilidade. O problema de Monty Hall é fornecido para leitura. Em seguida, os

alunos propõem soluções iniciais escritas na folha para a questão apresentada, finalizando com uma roda de conversa sobre o problema.

Atividades: Leitura do problema e execução das atividades associadas ao texto.

2º momento (1 aula): Retoma-se a questão abordada anteriormente. Em seguida, são distribuídos jogos envolvendo o problema de Monty Hall, atividade prática, para análise em grupo, permitindo o levantamento de dados e o debate coletivo para justificar as respostas.

3º momento (1 aula): Realiza-se uma aula expositiva e dialogada sobre os conceitos básicos de probabilidade, revisitando o problema inicial para que os alunos apresentem uma resposta final. Atividades: Anotações e participação na busca da solução, além de nova apresentação das respostas ao problema.

4º momento (1 aula): A aula final consiste em um questionário para avaliar a proposta didática, possibilitando que os alunos opinem sobre a sequência apresentada. Atividades: Avaliação sobre a sequência didática.

1º Momento: é explicado detalhadamente a programação da sequência didática aos alunos. Em seguida foi realizada uma discussão sobre o que os alunos já sabem sobre probabilidade para melhorar a tarefa e mudar suas expectativas. Durante a discussão, foram registradas em um “diário de bordo” pelo responsável da atividade as respostas dos alunos às questões a seguir. As identificações dos alunos A, B, C, D, E não são fixas, sendo que as respostas analisadas refletem e representam a diversidade e o maior número de respostas coletadas dos alunos.

1 - O que significa, para você, a ideia de “chance” ou “azar”?

Aluno A: Sorte é quando você consegue algo que você gostaria.

Aluno B: Não existe sorte ou azar, professor, não acredito nessas coisas.

Aluno C: Nunca foi sorte, sempre foi Deus.

2 - Como você percebe a probabilidade em seu cotidiano?

Aluno A: Na porcentagem.

Aluno B: Professor, seria a chance de vencer?

Aluno C: É o que acontece, ou você ganha ou perde.

Aluno D: 50%.

3 - Como você diferencia probabilidade de estatística? Você já teve alguma experiência com essas áreas no seu cotidiano?

Aluno A: A chance de ganhar na loteria.

Aluno B: Não sei.

Aluno C: Por que é diferente?

Há percepções variadas sobre chance e probabilidade apresentadas na questão 1; alguns associam a sorte a desejos pessoais ou crenças religiosas, enquanto outros rejeitam a ideia de sorte. Essas respostas evidenciam que as crenças e concepções dos alunos sobre chance ou azar estão dissociadas dos conceitos formais de incerteza e variabilidade presentes no cotidiano. Na questão 2, a probabilidade é vista como porcentagem ou um resultado binário, e a maioria não percebe sua utilidade no cotidiano. Além disso, na questão 3, não foi observado nas respostas uma distinção entre probabilidade e estatística, com algumas pessoas ainda não compreendendo claramente a diferença desses conteúdos.

Assim, para oportunizar aos alunos um ensino dos conceitos de probabilidade com interação e aspectos colaborativos, os alunos foram desafiados a resolver o problema de Monty Hall, proporcionando uma análise do jogo e direcionando a atenção para os conceitos probabilísticos específicos (Grando, 2000). Assim, após esse momento, foi entregue aos estudantes o problema-texto contendo o problema de Monty Hall.

Quadro 1- O problema de Monty Hall

1º Momento
O problema de Monty Hall O problema de Monty Hall desafiou Marilyn vos Savant⁵ teve origem em um programa de televisivo norte-americano denominado <i>Let's Make a Deal</i>, transmitido durante os anos 70 e envolvia um jogo em que Monty Hall, o anfitrião, com a finalidade de surpreender os concorrentes, eram exibidas três alternativas de portas, sendo que apenas uma escondia um prêmio valioso (um carro), enquanto as duas restantes ocultavam desapontantes bodes. 1ª Etapa: O participante escolhe uma das três opções disponíveis, que ainda não foram reveladas; 2ª Etapa: dentre as duas alternativas restantes não selecionadas pelo concorrente uma deverá ser exposta, confirmando que não há um veículo atrás dela e exibindo a presença de um dos bodes; 3ª Etapa: o apresentador oferece ao participante a escolha entre manter a escolha inicial da primeira etapa ou trocá-la pela outra porta ainda não revelada, antes de abri-la. Restando apenas duas das portas para a escolha do concorrente, sendo que na etapa anterior abriu-se uma das portas não escolhida, revelando que aquela não era a opção premiada. Com essa informação, o participante tem que decidir em qual porta deseja apostar, tendo ciência de que o automóvel uma das duas opções restantes. Qual seria a estratégia mais favorável para o participante: manter-se com a porta do início ou optar por trocar para a outra, e qual das portas ainda não reveladas oferece as melhores chances de triunfo? Explique o motivo de sua resposta.

Fonte: Elaboração própria

A Questão 1 aqui, retrata sobre a estratégia mais vantajosa para o participante: manter a escolha inicial ou optar por trocar para a outra porta? A seguir apresentamos a transcrição de algumas respostas dos alunos, apresentada de forma escrita na folha do problema.

5 **Informações adicionais:** Marilyn vos Savant, renomada por sua coluna regular “Ask Marilyn” na revista *Parade*, foi a pioneira em decifrar o problema desse jogo. Reconhecida como detentora do mais alto Quociente de Inteligência (QI) já registrado, 228, segundo o Guinness Book, Marilyn alcançou esse feito notável.

Aluna A: Eu continuaria, até porque a primeira decisão que vale, se fosse do meu gosto escolher a outra desde o início teria escolhido. Continuar é melhor do que se arriscar em algo que eu necessariamente não conheço.

Aluno B: Ficaria na mesma porta e confiaria em meu “instinto” /chute.

Nesta fase, os alunos decidiram não alterar a porta e confiar mais nas crenças pessoais, indicando lacunas na compreensão dos conceitos probabilísticos que apoiariam a sua vitória. Após a discussão, as respostas foram analisadas, quando questionados pelo orientador da atividade se gostariam de trocar de porta, relataram estarem satisfeitos com a escolha. As respostas evidenciam a necessidade de promover habilidades como a formulação de hipóteses, a busca por soluções e a interpretação criteriosa de informações para a compreensão probabilística e para o processo de tomada de decisão no jogo (Petty, 1995).

2º MOMENTO: Na primeira aula, retomou-se o problema da aula anterior para guiar os alunos na investigação, organizando-os em grupos de três ou quatro componentes. Cada grupo escolheu um apresentador, enquanto os demais seriam os desafiados a ganhar o prêmio. Inicialmente, os alunos jogaram para familiarizar-se com as regras e o material. Após 10 minutos, foi entregue uma tabela para que cada grupo realizasse a coleta de dados, solicitando que a preenchessem com as informações obtidas durante as rodadas e a entregassem ao professor ao final da atividade.

Quadro 2- Descrição do planejamento do 2º Momento

2º Momento				
Tabela para coleta dos dados				
Jogadores	Alterou a Porta		Ganhou o Prêmio	
	Sim	Não	Sim	Não
Jogador 1				
Jogador 2				
Jogador 3				
Jogador 4				



The image shows three identical goat heads, each next to a closed wooden door. To the right of these is a prize wheel icon, which is a yellow star with a black center and a red ribbon, also next to a closed wooden door.

Jogo do problema de Monty Hall

Fonte: Elaboração própria, 2024.

3º MOMENTO: com os dados tratados e um gráfico gerado, o orientador iniciou uma aula expositiva e dialogada. Durante a apresentação da Tabela 1, um estudante questionou se era mais fácil ganhar ao trocar de porta. O responsável pela atividade incentivou o aluno a revisar os dados, levando-o a decidir pela troca. Em seguida, esclareceu que a análise realizada era estatística, centrada na interpretação de dados reais, enquanto a probabilidade se baseia na análise teórica das chances de eventos.

Tabela 1: Tabela dos resultados dos jogos

	Alterou a Porta	Não alterou a Porta
Ganhou	5	4
Perdeu	1	9
Total	6	13

Fonte: Elaboração própria, 2024.

A aula expositiva foi iniciada com a apresentação do Gráfico 1, facilitando a visualização dos dados e permitindo a identificação de padrões e revisão das escolhas.

Gráfico 1: Gráfico do Resultado dos Jogos



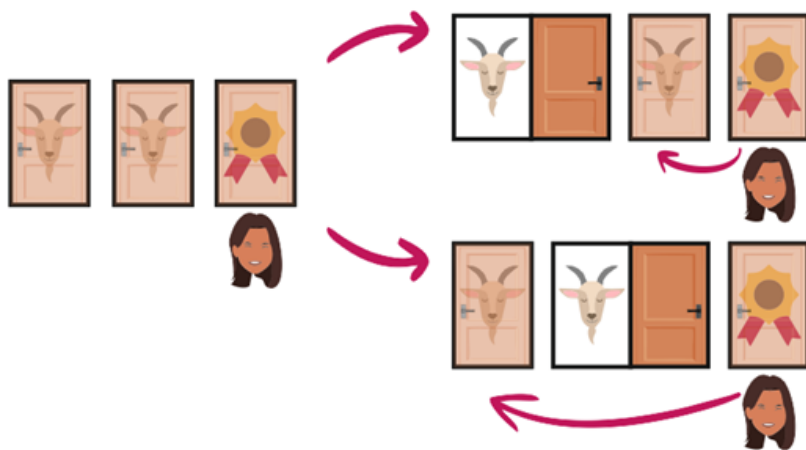
Fonte: Elaboração própria, 2024.

Durante a ocorrência da aula expositiva e dialogada, o orientador apresentou a solução do problema, evidenciando como os alunos poderiam verificar as chances de vencerem o jogo, conforme apresentado no Quadro 4.

Quadro 3- Descrição do planejamento do 3º Momento

3º Momento	
Apresentando a Solução	
Para aumentar as chances de vencer o jogo, a solução adequada é trocar de porta, apesar de não ser intuitiva. Essa mudança na escolha aumenta matematicamente a possibilidade de acertar o prêmio em duas vezes, de 33,33% ($1/3$) para 66,66% ($2/3$). O jogo possui três alternativas, A, B e C, sendo que a probabilidade de a alternativa escolhida conter o prêmio é de $1/3$. Assim, a chance de o concorrente ter escolhido incorretamente e o prêmio se localizar em uma das outras portas disponíveis é de $2/3$. Essa probabilidade pode ser obtida pela soma das probabilidades de cada alternativa ou pela lembrança de que existe a probabilidade total, cujo o valor é 1. É importante ressaltar que as outras portas têm a possibilidade $2/3$ de conter o prêmio. A possibilidade de encontrar o prêmio nas duas portas restantes é de $2/3$, o que pode ser comprovado somando as probabilidades das outras alternativas ou conhecendo que a probabilidade total é sempre 1.	
No início do jogo, o sujeito seleciona uma porta, tendo uma probabilidade de $1/3$ de conter o prêmio, contudo, selecionou uma que não o possui. Após a revelação de uma das portas contendo um bode pelo apresentador, o sujeito realiza a troca, obtendo êxito no desfecho da partida.	

O participante faz uma escolha entre três portas, tendo uma probabilidade de $1/3$ de selecionar a porta com o prêmio, no entanto, ele selecionou outra vez uma porta que contém um bode. Após a revelação de uma das portas com um bode pelo apresentador, o participante decide trocar de porta, vencendo outra vez.

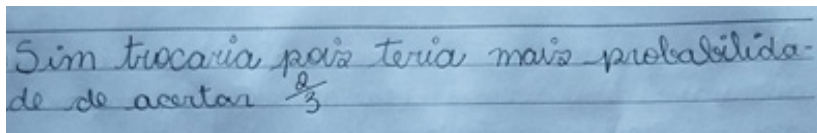


No início do jogo, o jogador efetua a seleção de uma das portas, com uma probabilidade inicial de $1/3$ de conter o prêmio. Neste caso, o jogador optou pela porta que abriga o prêmio. Posteriormente, o apresentador revela uma das portas com um bode, levando o jogador a realizar a troca de porta, resultando em uma perda. Portanto, caso o jogador opte por não alterar sua escolha inicial, a probabilidade de sucesso permanecerá em $1/3$, enquanto que ao realizar a troca, a probabilidade de triunfar aumenta para $2/3$.

Fonte: Elaboração própria, 2024.

4º MOMENTO: no início da aula, foi retomado o problema apresentado anteriormente e coletadas as respostas finais dos estudantes em relação à questão do problema bem como suas respostas às perguntas sobre a proposta didática.

Figura 1: Resposta Final de um aluno da 3ª série sobre a questão do problema de Monty Hall



Sim trocaria pois teria mais probabilidade de acertar $\frac{2}{3}$

Fonte: Elaboração própria, 2024.

Aluno A: Sim, porque as chances de ganhar aumentam $2/3$.

Aluno B: Sim, já que as chances de ganhar aumenta $2/3$.

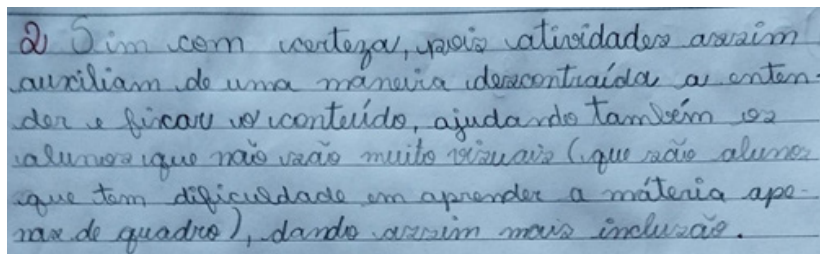
Aluno C: Trocaria, pois aumentam as chances de ganhar.

As respostas dos alunos mostram uma compreensão do conceito de probabilidade. Os Alunos A e B reconhecem que trocar de porta aumenta as chances para $2/3$, enquanto o Aluno C também entende que trocar aumenta as chances, embora não mencione o valor exato. A consistência nas respostas indica uma correta interpretação do problema apresentado.

O próximo item detalha se as atividades com jogos podem ser um caminho para auxiliá-los no entendimento dos conceitos de probabilidade. Assim, ouvir o aluno sobre como ele aprende e de que forma esse aprendizado por ser oportunizado, é um importante ato para que o professor possa compreender se a sua estratégia em sala de aula está sendo eficaz. A Figura 4 esboça a pergunta número dois.

Questão 2: Você acredita que aprender com jogos pode auxiliar no entendimento do conteúdo? Justifique sua resposta.

Figura 2: Você acredita que aprender com jogos pode auxiliar no entendimento do conteúdo? Justifique a sua resposta.



Fonte: Elaboração própria, 2024.

Aluno A: Sim, pois em meio a brincadeira acabamos pensando também no objetivo.

Aluno B: Sim, é divertido e ajuda a entender melhor o conteúdo.

Aluno C: Sim, pois é uma forma de aprender e descontrair auxiliando-nos no entendimento sobre determinada matéria.

As respostas dos alunos indicam uma percepção positiva em relação ao aprendizado por meio de jogos e à colaboração entre os estudantes. É reconhecido que os jogos podem facilitar a compreensão do conteúdo ao promover reflexão sobre o objetivo, proporcionar diversão e melhorar o entendimento do problema, além de combinar aprendizado com descontração. Grandó (2000) propõe um ambiente educacional que priorize a investigação e a participação coletiva em vez do utilitarismo. Nesse contexto, a inclusão de jogos cria espaços lúdicos que incentivam o prazer de aprender.

Questão 3 - Realizar essa atividade em grupo ajudou, em algum momento, a compreender o problema? Justifique sua resposta.

Aluna A: Sim, pois eu e os meus amigos jogamos e compreendemos juntos a dinâmica e também aprendemos.

Aluno A: Sim, pois em grupo temos a vantagem de desfrutar do pensamento do outro.

Aluno B: Sim, porque ajudou a ver de outras maneiras formas

de resolver o problema.

Aluno C: Sim, pois em grupo temos mais chances de analisar as opções para tomar as devidas decisões. E isso é após analisar as decisões anteriores.

Um ambiente colaborativo entre os estudantes, favorece a diversidade na aprendizagem. Segundo Moreira (2011), o uso de recursos pedagógicos variados facilita a aprendizagem significativa, enquanto a dependência do material didático promove uma aprendizagem mecânica. A interação social consolida o aprendizado por meio da troca de significados.

Ao participar de brincadeiras, a criança observa, imita e assimila conhecimentos dos colegas (Vygotsky, 1991). A resolução de problemas no jogo estimula a análise, e o professor direciona a atenção para conceitos matemáticos, incentivando a reflexão e a melhoria no desempenho dos alunos (Grando, 2000).

5 Considerações finais

O ensino de Probabilidade atualmente é permeado por obstáculos, como a falta de motivação dos alunos, exigindo que os professores utilizem diferentes estratégias. Este estudo buscou criar um ambiente interativo, onde o aluno assumisse um papel central em seu desenvolvimento cognitivo, atuando como protagonista e estimulando sua curiosidade e criticidade.

Além disso, a sequência didática apresentada nesse estudo, que incorpora jogos no ensino de Probabilidade com cerne na teoria de probabilidade, oferece ao professor uma estrutura organizada para identificar as competências e possíveis lacunas na formação desses alunos em matemática/probabilidade, permitindo um planejamento eficaz das atividades a serem desenvolvidas. De acordo com Moreira (2011), essa abordagem promove a integração dos alunos nas interações com o contexto e seus colegas, estimulando sua participação ativa e favorecendo uma possível aprendizagem significativa.

As questões iniciais mostram que os alunos tinham dificuldades na compreensão de probabilidade, frequentemente associando-a a crenças pessoais ou percepções equivocadas, como a ideia de que “50%” de chance em todas as situações, acreditar que a primeira escolha era sempre a melhor, em vez de considerar estratégias para aumentar suas chances de sucesso, mostravam-se presos à intuição, deixando de lado abordagens matemáticas que poderiam ajudá-los a tomar decisões que aumentassem a chance de vencer. Para melhorar essa compreensão, associar atividades práticas ao problema de Monty Hall, auxiliou no desenvolvimento de um entendimento inicial das ideias de probabilidade. A combinação de atividades experimentais e aulas expositivas pode ajudar na reconstrução desses conceitos probabilísticos e preparar os alunos para conceitos mais avançados, como a probabilidade condicional.

Conclui-se que essa proposta didática revela um trilhar interessante para a introdução do ensino dos conceitos de probabilidade no âmbito da disciplina de Matemática, possibilitando ao educador uma prática inovadora que vai além dos métodos tradicionais de ensino. Ademais, antecipa-se que tal sequência didática seja passível de aplicação em variados cenários, proporcionando, assim, uma contribuição importante para o efetivo exercício docente.

Referências

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos, 1994.

BORIN, Júlia. Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática. 5ª. ed. São Paulo: CAEM / IME-USP, 2004, 100p.

CARDOSO, E.R.; MOREIRA, F.A. O jogo do Bozó nas aulas de matemática e educação física. IN: Encontro paranaense de educação matemática. 10. Guarapuava, 2009.

GRANDO; R. C. O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. Tese (Doutorado Em Educação) - Universidade Estadual De Campinas, Faculdade De Educação, Campinas - SP, 2000.

GRANDO; R.C. O jogo e a matemática no contexto da sala de aula. São Paulo: Paulus, 2004.

MIRANDA, S de. Faça fascínio no jogo à alegria e aprenda nas séries iniciais. São Paulo: Papirus. 2001.

MOREIRA, M. A. Ausubel: Aprendizagem Significativa um Conceito Subjacente. Psicologia da Educação, 2011.

MOREIRA, M. A. Subsídios Teóricos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências: **Pesquisa em Ensino: Métodos Qualitativos e Quantitativos**. Instituto de Física, UFRGS. 2016 (2ª edição revisada) Porto Alegre.

MOURA, M. O. A séria busca no jogo: do Lúdico na Matemática. In: A Educação Matemática em Revista. São Paulo: SBEM– SP, 1994. 17-24 p.

PETTY, A. L. S. Ensaio sobre o Valor Pedagógico dos Jogos de Regras: uma perspectiva construtivista. São Paulo, SP, 1995. 133p. Dissertação de Mestrado. Instituto de Psicologia, USP.

PIANO, D.L.; TOILLIER, J.S. A matemática do jogo Bozó. In: Semana Acadêmica da Matemática. 24. Cascavel, 2010.

RICARDO, Ângela. O uso de jogos no ensino de probabilidade na educação básica. 2017.

VYGOTSKY, L. S. A Formação Social da Mente. 4. ed. Tradução José Cipolla Neto e outros. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. Trad. Ernani F. da Rosa – Porto Alegre: ArtMed, 1998.

Educação Infantil e Probabilidade: Reflexões de Aulas Propostas por Professoras

Kelly de Lima Azevedo Spinelli
Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos

1 Introdução

Por muitos anos, a Educação Infantil era vista como uma etapa da educação que tinha caráter assistencialista, e que não proporcionava o desenvolvimento integral da criança. No entanto, com o decorrer do tempo, uma nova concepção de criança surgiu, passando-se a considerar sua totalidade, reconhecendo suas especificidades cognitivas, psicológicas, emocionais, físicas, dentre outras. Além disso, esta etapa de ensino se voltou a uma proposta pedagógica aliada ao cuidar. Dessa forma, considerou-se que “é preciso pensar a criança quanto sua natureza singular, que as caracteriza como seres que sentem e pensam o mundo de um jeito muito próprio” (Brasil, 1998, p. 21).

Segundo o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (RCNEI), a Educação Infantil é considerada a primeira etapa da educação básica, tendo como finalidade o desenvolvimento integral da criança até cinco anos de idade (Brasil, 1998). Diante disso, as instituições dessa etapa precisam oferecer às crianças condições para a aprendizagem interligadas às brincadeiras e às mais diversas situações sob orientação de um adulto, neste caso, do professor. Ainda, conforme o RCNEI, “é nas brincadeiras, que as crianças transformam os conhecimentos que já possuíam anteriormente em conceitos gerais com os quais brinca” (Brasil,

1998, p. 27).

Visto isso, faz-se necessário salientar que o professor tem papel primordial na dinâmica das salas de aula da Educação Infantil, tendo em vista que deve proporcionar situações de interações, pois, através da oferta de diversas experiências, as crianças, nessa etapa de ensino, serão estimuladas quanto ao desenvolvimento e inserção social. Desse modo, será possível ampliar as capacidades de apropriação de conceitos e de linguagens, por meio da expressão, bem como aprimorar a comunicação de ideias, a experimentação e a manipulação de objetos e brinquedos.

Para Azevedo (2013), o professor da Educação Infantil pode instigar as competências das crianças, proporcionando a construção de significados, por meio da utilização de diversos recursos, espaços, oportunidades e situações que proporcionem a vivência de diferentes linguagens. Ademais, a criança toma seu lugar de protagonismo, abrindo espaço para o trabalho com conhecimentos matemáticos desde a infância.

Nessa perspectiva, as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil (DCNEIs) possuem como eixos norteadores as interações e a brincadeira, fortalecendo a garantia da utilização de diversas experiências (Brasil, 2010). Por esse viés, quando se volta o olhar para o conhecimento matemático, o documento orienta a garantia de experiências que busquem “recriar, em contextos significativos para as crianças, relações quantitativas, medidas, formas e orientações espaço temporais” (Brasil, 2010, p. 25-26). Dessa forma, é oportuno afirmar a importância de que o conhecimento matemático, na Educação Infantil, não seja vivenciado de forma sistematizada, com horário marcado, mas que as vivências ocorram de forma lúdica e espontânea, envolvendo diferentes contextos.

Diante desse cenário, Círiaco, Azevedo e Cremonese (2021) defendem que o trabalho voltado ao conhecimento matemático desde a infância é necessário. Então, para que ocorra, é preciso que o professor planeje em sua rotina a inserção de diversas experiências,

como: brincadeiras, brinquedos, jogos, uso de receitas, músicas, deslocamentos espaciais, resoluções de problemas não convencionais e projetos. Nessa conjuntura, aprender matemática na Educação Infantil ultrapassa noções numéricas e formas geométricas.

Sendo assim, aproveitar as situações cotidianas é uma ação valiosa, proporcionando um ensino com significado e empregando o que está presente no dia a dia, seja no lançamento de um dado ou de uma moeda, bem como através de um jogo. Para além das noções citadas, os cenários probabilísticos também precisam ser explorados, pois estão presentes em nossa vida cotidiana, inclusive na das crianças.

Tendo isso em vista, apresentamos, neste texto, um recorte da tese de doutorado que está sendo desenvolvida por meio do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco. Na referida pesquisa, temos como pergunta norteadora: quais propostas de ensino de Probabilidade na Educação Infantil são apresentadas por professoras desta etapa a partir de um encontro formativo? Então, quanto ao objetivo proposto, definimos: analisar, a partir de um encontro formativo, as práticas de ensino de Probabilidade de professoras da Educação Infantil do município de Paulista – PE.

Com isso, cabe destacar que participarão desta pesquisa oito professoras atuantes da Educação Infantil, especialmente, docentes de crianças de quatro e cinco anos de idade. As profissionais foram nomeadas com a inicial P, para representar “professora”, juntamente com letras aleatórias, objetivando não expor suas identidades. Desse modo, serão chamadas de PA, PB, PC, PD, PX, PY, PW e PZ.

Com o intuito de atingir o objetivo de pesquisa, foi oferecido, em 2023, um curso on-line intitulado “Eu sou cara, você é coroa?: o lúdico e a Probabilidade na Educação Infantil”, composto de oito encontros: seis com duração de duas horas e os outros dois com duração de quatro e seis horas, respectivamente. O curso visou a contribuir com o conhecimento de professores para o desenvolvimento de práticas pedagógicas relacionadas à

Probabilidade na Educação Infantil.

No curso, foram propostos estudos e reflexões sobre o conceito de Probabilidade, bem como acerca do ensino de Probabilidade na Educação Infantil e as demandas cognitivas de Probabilidade. No final do curso, as professoras participantes foram instigadas a planejar uma aula para a Educação Infantil envolvendo a Probabilidade. Todas as docentes esboçaram suas aulas e estas serão discutidas no decorrer do trabalho.

2 Ensino de probabilidade na infância

Embora a Probabilidade não esteja explicitada nos documentos relacionados à Educação Infantil, como no Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (RCNEI) (Brasil, 1998), nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil (DCNEIs) (Brasil, 2010) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), pesquisadores como Alsina (2019), Alsina, Vásquez e Gomes (2021), Azevedo (2013), Bryant e Nunes (2012), Círiaco, Azevedo e Cremonese (2021), Lopes (2012), Spinelli e Santos (2023) e Vásquez *et al.* (2018) defendem a vivência de diferentes experiências desde a referida etapa de ensino.

Visto isso, afirmamos que, a partir da infância, as crianças são capazes de experienciar variadas situações que envolvem o universo matemático, possibilitando pensamentos, descobertas, relações e estruturação de conhecimentos. Vale salientar que o propósito das experiências com a Probabilidade não é acelerar o desenvolvimento infantil, mas proporcionar que, desde cedo, as crianças vivenciem diferentes situações, de modo que envolvam diversas linguagens.

Nessa perspectiva, Lopes (2012) afirma que as crianças são capazes de experienciar cenários que abarquem gráficos, relações de quantidades, medidas, estimativas, acaso e tabela. Desse modo, faz-se oportuno esclarecer que, na Educação Infantil, **não** se propõe a rigidez quanto ao mundo à sua volta, mas o objetivo é que se mostre como ofertar às crianças vivências diversas e reflexivas.

Nesse contexto, valorizar a infância é pensar práticas pedagógicas variadas e com intencionalidade, considerando a criança enquanto sujeito ativo. Para tanto, é necessário explorar os eixos da Educação Infantil, além de conviver, brincar, participar, explorar, expressar e conhecer.

Diante disso, é importante frisar que, de acordo com Alsina (2019), as crianças precisam ter contato desde cedo com os conhecimentos relacionados à análise de dados e ao acaso. Ainda, devem ser estimuladas a “aprender conhecimentos que servem de base para organização, reconhecimento, coleta, descrição e interpretação de dados” (Alsina, 2019, p. 2), ou seja, precisamos oferecê-las ferramentas que auxiliem na tomada de decisões em situações que a incerteza se faz presente.

Conforme Bryant e Nunes (2012), a Probabilidade deve ser vivenciada com as crianças o quanto antes, tendo em vista que não é um conceito fácil de ser compreendido. Nessa perspectiva, o primeiro contato com a Probabilidade deve vir a partir do trabalho com reflexões sobre as noções de certeza/incerteza, possível/impossível, para proporcionar a compreensão e o uso de vocabulário probabilístico, bem como para avaliar a possibilidade de eventos serem ou não prováveis. Assim, o trabalho com a Probabilidade na infância deve iniciar com a linguagem específica, como: impossível, provável, certo, dentre outros, com o objetivo de designar a possibilidade da ocorrência de determinados eventos.

Por isso, segundo Alsina (2019), é preciso que o professor da Educação Infantil tenha conhecimento sobre Probabilidade e saiba relacioná-lo à realidade da turma, oferecendo um ensino de qualidade e ajustado às mudanças sociais, considerando, também, a importância da alfabetização probabilística em diversos contextos, inclusive, para além do escolar. Por esse viés, o professor precisa dispor de situações de ensino que despertem a oportunidade de as crianças desenvolverem noções básicas do conteúdo.

Assim sendo, Alsina (2019, p. 14) considera a existência de pelo menos três agentes nos campos específicos da Estatística e da

Probabilidade na Educação Infantil, são eles:

1) a contribuição de novos conhecimentos disciplinares e didáticos a partir da pesquisa e inovação na educação matemática infantil; 2) a integração desses saberes na formação inicial e permanente de professores da primeira infância, por meio de currículos que incorporem a didática da estatística e probabilidade nesta etapa educacional e planos de formação permanente que ofereçam aos professores segurança para ensinar os conteúdos que foram incorporados mais recentemente no currículo por meio de currículos que incorporem a didática da estatística e probabilidade nesta etapa educacional e planos de formação permanente que ofereçam segurança aos professores para ensinar os conteúdos que foram incorporados mais recentemente no currículo; 3) o ensino sistemático e efetivo desses saberes pelos professores da educação infantil em exercício, como resultado de seu próprio desenvolvimento profissional.

Ademais, Círiaco, Azevedo e Cremonese (2021, p. 78) defendem que, nesse cenário, “[...] a valorização da infância, o desafio de repensar as práticas pedagógicas na Educação Infantil e a preocupação com o trabalho com os conhecimentos matemáticos é cada vez mais presente”.

3 Práticas e reflexões de professoras da Educação Infantil sobre a Probabilidade

Como mencionado anteriormente, o estudo foi realizado com oito professoras atuantes da Educação Infantil no município Paulista – PE, especialmente, em turmas de crianças de quatro e cinco anos de idade. No final do curso de formação continuada, as professoras foram desafiadas a produzirem uma aula envolvendo Probabilidade, após terem refletido e debatido sobre o assunto, bem como desenvolvido experimentos que envolviam as demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012), entre outros fatores.

As professoras podiam planejar individualmente ou em duplas, mas apenas PA e PY produziram juntas. Os planejamentos ocorreram com base nos objetivos de aprendizagem do currículo

de Paulista – PE, o qual segue a BNCC e as DCNEIs, documentos norteadores da área educacional. Vale salientar que, nesse texto, apresentamos apenas as propostas de aulas e falas das professoras sobre sua produção e a das colegas, evidenciando que, nesse momento, os planejamentos ainda não tinham sido colocados em prática.

3.1 Os planos de aula: propostas, reflexões e aprendizagens

O plano de aula produzido por PC teve como foco a aleatoriedade e o espaço amostral. Visto isso, os objetivos de aprendizagens foram: estabelecer relações de comparação entre objetos; relacionar números às suas respectivas quantidades; identificar o antes, o depois e o entre em uma sequência; apreciar e participar de apresentações de teatro, música, dança, recitação de poemas e outras manifestações artísticas.

Em sua proposta, PC planejou iniciar a aula com a contação da história “Os lápis de cor”, retirada do livro “O clubinho”, de Diniz e Carvalho (2021), o qual envolve conceitos probabilísticos. Para a contação, PC planejou usar palitoches e um cenário confeccionado com caixa de papelão. Na sequência, a professora realizará questionamentos sobre a história, para que as crianças façam o reconto.

Baseadas na história, algumas vivências foram pensadas a partir de um estojo vazio e lápis de cores. Inicialmente, seria colocado dentro do estojo três lápis amarelos, cinco vermelhos e dois azuis. Assim, perguntas seriam lançadas, como: para pintar os cartazes foi decidido tirar os lápis do estojo de forma aleatória? É possível que seja tirado do estojo um lápis de cor amarela? E um lápis de cor rosa? Colocando a mão no estojo sem olhar, qual cor é mais provável de sair? Qual cor é menos provável de sair? Qual cor é impossível de sair do estojo? É certo sair um lápis de cor preto?

Diante dessa proposta de aula, PC busca trabalhar a aleatoriedade e o espaço amostral de forma lúdica e reflexiva,

sem sair do universo infantil. Com isso, a professora conseguiu planejar vivências sobre Probabilidade para a Educação Infantil. Então, ao ser questionada acerca do processo de construção do seu planejamento, em relação a ser fácil ou difícil, ela respondeu: *eu fiquei um pouco na dúvida do quer fazer. Eu queria não só contar a história, mas eu queria que tivesse algo de concreto para que eles visualizassem melhor, para que através da brincadeira e do lúdico, eu pudesse alcançar meus objetivos propostos juntos com eles, que eles pudessem raciocinar junto comigo. Assim, é meu planejamento, meu sonho, (Risos). Eu me sinto mais à vontade. Eu não estou com tanto medo como eu estava no início do primeiro encontro formativo.*

A narrativa de PC indica que ela se atentou à importância dos contextos e das vivências para o desenvolvimento de conceitos probabilísticos. Diante disso, afirmamos que situações como a proposta, segundo Alsina (2019), favorecem a construção de conceitos pelas crianças. Nesse cenário, PB validou o planejamento de PC ao dizer: *a colega fez um planejamento de aula bem elaborado, bem legal, bem interessante para ser aplicado em sala de aula, eu acho que as crianças vão ter um atrativo a mais que é a questão do lúdico como ela falou no teatrinho de palitochê.*

Além disso, cabe abordar o planejamento produzido por PB, o qual envolveu a comparação e teve como objetivo de aprendizagem: expressar medidas (peso, altura, comprimento etc.), construindo, lendo e interpretando tabelas e gráficos de coluna. A proposta da professora inicia com a medição da altura das crianças e com os dados obtidos, de modo que devem formar um quadro com o nome e as respectivas medidas, para que possam visualizá-las e compará-las.

A partir do referido quadro, seriam realizadas reflexões como: Quem é maior? Quem é menor? Em seguida, seriam propostas considerações relacionadas à hábitos e rotinas, envolvendo a Probabilidade, ou seja, as crianças deveriam utilizar um termo do vocabulário probabilístico – certo, bastante provável e impossível – para responder questionamentos como: antes de ir à escola, todos tomam banho? Antes de sair de casa, todos tomam café?

Na proposta de aula de PB, observamos o intuito de envolver todas as crianças em uma única rotina, no entanto, ainda assim, podemos ter diferentes respostas. Visto isso, a situação pensada pela professora pode partir de situações do cotidiano das crianças, mas também pode restringir a reflexão e induzir ao erro, uma vez que, por diferentes motivos, nem todas as crianças tomam café da manhã ou tomam banho para ir à escola.

Ainda, a atividade do quadro de medidas pode ser explorada, não se restringindo apenas a perguntar qual criança é maior e menor, mas em questões como: É possível que uma criança seja do tamanho de uma formiga? É certo que todas as crianças são do tamanho de uma girafa? Se colocarmos todos os nomes das crianças e suas medidas em um saquinho e sortearmos, é certo sortear a criança mais alta? Se continuarmos o sorteio com o saquinho com o nome das crianças, é impossível sortear o nome da criança mais baixa?

Nesse contexto, a cada finalização da apresentação do plano de aula, em determinado momento, as professoras tinham a possibilidade de relatar suas impressões e o que mudariam nos planos das colegas caso sentissem necessidade. Essa dinâmica foi proposta com o intuito de que as professoras analisassem práticas e conceitos apresentados por suas colegas sobre o conhecimento que está sendo abordado.

Por essa perspectiva, ao ouvir o relato sobre o plano de PB, PC disse: *eu gostei da sua proposta e exploraria mais, fazendo outros questionamentos. Utilizando a linguagem probabilística a partir dos dados coletados.* Com isso, PB agradeceu a contribuição da colega e se expressou: *de fato seria bacana desenvolver mais a atividade, eu senti dificuldades na produção da aula, não me sinto confiante.*

PA e PY resolveram fazer a proposta em dupla. Assim, construíram um planejamento de aula envolvendo a linguagem probabilística e a demanda cognitiva aleatoriedade, ofertando às crianças o momento de refletirem sobre a incerteza, conforme Bryant e Nunes (2012). Nesse viés, as docentes propuseram realizar

a atividade de pesquisa da “cor preferida e lançamento de moeda”, e os objetivos de aprendizagem foram: classificar objetos e figuras de acordo com suas semelhanças e diferenças – expressar medidas (peso, altura, comprimento, etc.), construir, ler e interpretar tabelas e gráficos de coluna simples.

As professoras supracitadas planejaram uma aula que inicia com a ideia de uma pesquisa da cor favorita de cada criança e da cor que não gostavam. Na lousa, pensaram em construir dois gráficos: um com as cores preferidas e outro com as que não gostavam, no intuito de quantificar e comparar as cores escolhidas pelos estudantes.

Após os dados registrados, pensaram em realizar questionamentos como: Qual a cor preferida? Qual a cor que menos gostam? Qual dos gráficos têm mais cores indicadas? É possível dizer que a cor preferida é cinza? É possível que algum menino tenha escolhido a cor rosa como preferida? Existe alguma chance de haver crianças que não tenha preferência alguma por cores?

Em seguida, a segunda atividade planejada por PA e PY envolvia o uso de moedas. Nessa proposta, cada criança receberia uma moeda e seriam trabalhados os nomes dos lados: cara e coroa. Todas os estudantes lançariam sua moeda para cima e deixariam cair na mesa, observando o lado sorteado, de modo a contabilizar, coletivamente, os resultados “cara” e “coroa” obtidos. O lançamento de moedas poderia ocorrer diversas vezes e, de acordo com os resultados, seria feito o registro na lousa da sala. A partir desses dados, alguns questionamentos seriam feitos, como: saiu mais “cara” ou “coroa”? É possível que a face “coroa” ganhe? Por quê?

Visto isso, observamos, no planejamento apresentado, que PA e PY contemplam o lúdico e a reflexão em diferentes situações envolvendo a Probabilidade. Quanto ao planejamento, as referidas professoras compartilharam que sentiram dificuldades ao realizarem o planejamento, já que não estudaram Probabilidade na formação inicial e continuada. Além disso, PY ainda complementa: *no início dos encontros formativos eu fiquei pensando como que eu vou usar*

atividades de Probabilidade com esses meninos de 5 anos? Será que é possível? Mas com o passar dos encontros vi que daria sim.

PD planejou sua aula envolvendo a linguagem probabilística, com “possível” e “impossível”. Então, a proposta inicia apresentando livros de literatura infantis que abordam temas variados, como Os Três Porquinhos, Chapeuzinho Vermelho e Cachinhos Dourados, os quais fazem parte do acervo das crianças de sua turma. Os livros citados possuem elementos/personagens que envolvem floresta, lobo, caçador e casa. Diante disso, a professora sugere, na proposta, que as crianças realizem a escolha do livro que gostariam de ouvir a história, para que se apropriem e consigam identificar a presença destes elementos e personagens.

Além da escolha do livro a ser lido para as crianças, PD pretende iniciar a conversa sobre os conceitos “possível” e “impossível”, com o intuito de que sejam associados à história escolhida, oportunizando a discussão e apropriação de linguagem probabilística pelas crianças. A professora informa que, caso a história escolhida seja Chapeuzinho Vermelho, pode-se realizar questionamentos como: É possível ter um lobo na história da Chapeuzinho? É possível encontrar uma casa de palha na história da Chapeuzinho? É possível encontrar uma floresta na história da Chapeuzinho? É possível haver porquinhos na história da Chapeuzinho? É impossível ter uma cesta de doces na história da Chapeuzinho?

Diante da proposta desenvolvida por PD, pode-se concluir que ela buscou enriquecer seu planejamento, fazendo uso da contação de histórias, do reconto e da introdução da linguagem probabilística com as crianças, de forma contextualizada, adequando à respectiva etapa de ensino. Tendo isso em vista, cabe destacar que a Matemática, associada à literatura infantil, proporciona o uso do imaginário, além de motivar o interesse das crianças pela temática. Segundo o RCNEI, a “função do professor considerar, como ponto de partida para sua ação educativa, os conhecimentos que as crianças possuem, advindos das mais variadas experiências sociais, afetivas e cognitivas a que estão expostas” (Brasil, 1998, p. 33).

Em relação à dificuldade que PD sentiu em envolver a Probabilidade e a contação de histórias, ela respondeu: *como sou curiosa e adoro trabalhar com histórias infantis não senti muita dificuldade, além de utilizar a linguagem das crianças associada a literatura infantil e a probabilidade.* Com isso, PX validou o planejamento da colega e afirmou: *eu gostei muito da parte da contação de história, porque eu também gosto de trabalhar muito com contação de história. Eu vou pegar essa ideia dela.*

PX trouxe como proposta de aula a experiência nomeada de sacola de cartões. Nesse contexto, o objetivo de aprendizagem foi registrar observações, manipulações e medidas, usando múltiplas linguagens (desenho, registro por números ou escrita espontânea), em diferentes suportes. Desse modo, PX iniciou seu planejamento informando que iria confeccionar com as crianças cartões de papel nas seguintes quantidade e cores: 10 vermelhos, 15 azuis e cinco brancos, todos com o mesmo tamanho e formato. Além disso, foi preciso um saco escuro, de forma que não fosse possível identificar as cores.

A atividade iniciará com a contagem coletiva dos cartões de cada cor e do todo. Em seguida, os cartões serão colocados no saco. Na sequência, a professora o balançará e uma criança por vez retirará um cartão, até que todas elas tenham pegado. Em seguida, PX escreverá no quadro da sala o nome das três cores dos cartões e iniciará os questionamentos: Alguém está com o cartão na cor branca? Mais alguma criança conseguiu tirar um cartão na mesma cor (branca)? Caso não tenham conseguido tirar o cartão nesta cor (branca), vamos quantificar as crianças que tiraram cartões vermelhos e depois azuis?

A partir disso, cabe ressaltar que, mesmo sendo usada uma atividade que está relacionada à aleatoriedade, observamos que PX não conseguiu apresentar reflexões referentes à linguagem probabilística e/ou à Probabilidade. Tendo isso em vista, as professoras foram questionadas quanto ao planejamento de PX, em busca de compreender se poderiam contribuir com algo ou se mudariam algo? Então, a professora PD respondeu: *gostei da ideia de cartões, poderíamos também usar imagens de figuras geométricas.*

Com toda certeza irei copiar para minha turma. Muito obrigada pela ideia. Eu envolveria perguntas de possível e impossível com base nos cartões.

A professora PD corroborou com a ideia de que a proposta de PX tem potencial, mas que poderia ser mais detalhada e com questionamentos envolvendo os termos “possível” e “impossível”. Visto isso, poderia criar um quadro na lousa da sala com os nomes das cores dos cartões – vermelho, azul e branco – e quantificar. Após o sorteio, as crianças marcariam as cores sorteadas no quadro e, a partir das informações, seria possível realizar questionamentos, por exemplo: É possível sortear um cartão de cor verde? É impossível tirar um cartão de cor branca? É certo que no sorteio saia um cartão de cor azul? É impossível que seja sorteado um cartão na cor preta? Dessa forma, a aula planejada envolveria a Probabilidade.

Quanto ao exposto, Spinelli e Santos (2023) destacam a necessidade de ampliação do vocabulário das crianças, bem como a avaliação da possibilidade de eventos serem ou não prováveis e a utilização de práticas significativas, que fazem toda diferença. Nesse viés, PZ propôs seu planejamento envolvendo sorteio. Como PX, PZ utilizou para a atividade o seguinte objetivo de aprendizagem: registrar observações, manipulações e medidas, usando múltiplas linguagens (desenho, registro por números ou escrita espontânea), em diferentes suportes.

Para a realização da atividade utilizará as seguintes quantidades e cores de tampas: seis marrons, quatro verdes, duas laranjas e uma azul, além de um saco preto. As tampas serão expostas no chão da sala de aula, e as crianças estarão sentadas em roda. Em seguida, a professora conversará com elas, mostrando as cores e a quantidade de tampas por cores.

Ao final, as crianças colocarão todas as tampas no saco e alguns questionamentos serão lançados, como: Qual a cor é mais fácil de ser sorteada? Por quê? Qual a segunda cor mais fácil de ser sorteada? Por quê? A cor azul pode sair no sorteio? Qual cor é mais difícil de ser sorteada? Consigo sortear uma tampinha lilás? Se eu

colocar somente tampinhas de cor marrom no saco, consigo sortear alguma tampinha de cor verde? Por quê?

Além disso, PZ não adotou os termos probabilísticos – possível, improvável e certo –, mas outras expressões que considerou mais adequadas para sua turma compreender a atividade proposta, como: mais fácil, pode sair, mais difícil e somente. Quanto ao plano de PZ, a professora A contribuiu afirmando que: *utilizaria os termos possível e impossível para eles se familiarizarem. Aí eu colocaria a pergunta de uma cor que não tem e perguntava para as crianças “se seria possível a pessoa pegar a cor amarela?” Entendeu? Só mudaria isso, porque as crianças são capazes.* Nessa vertente, Vásquez *et al.* (2018) defende que se deve proporcionar às crianças o uso da linguagem probabilística elementar de forma abrangente, utilizando “impossível”, “provável” e “certo”, a partir de eventos incertos que fazem parte do ambiente das crianças.

PW planejou sua aula com base nos objetivos de aprendizagem: estabelecer relações de comparação entre objetos, observando suas propriedades; classificar objetos e figuras, de acordo com suas semelhanças e diferenças. A proposta inicia com a leitura da história “Caixa de bombons” do livro “O Clubinho”, de Diniz e Carvalho (2021). Em seguida, será realizado um diálogo com as crianças, envolvendo questionamentos sobre aleatoriedade.

Ainda, a professora levará para a sala de aula um pacote de jujubas coloridas e, inicialmente, cada criança escolherá uma cor de jujuba que gosta. Com isso, a professora planejou colocar em um saco escuro uma quantidade de jujubas, e os estudantes analisarão as chances de pegar a cor que escolheram. Tendo isso em vista, podemos afirmar que PW usou do lúdico, por meio da utilização da guloseima, para vivenciar a Probabilidade com sua turma. No final da vivência, cada criança receberá um pacotinho de jujuba para saborear.

Diante das propostas apresentadas até aqui, corroboramos com Vásquez *et al.* (2018, p. 168) quando afirmam que: “não se deve esquecer que o papel do professor é fazer boas perguntas

que envolvam os alunos a compartilhar deliberadamente ideias matemáticas, abordagens e raciocínios, usando uma variedade de representações”. Sendo assim, através das respostas lançadas pelas professoras participantes das pesquisas, observamos que PB apresentou apenas duas perguntas, e PX expõe perguntas que não envolviam o contexto probabilístico.

Com base nisso, é possível indicar que a elaboração de questionamentos e situações potenciadoras não é uma tarefa simples. No entanto, a colaboração de outras colegas, como ocorreu neste estudo, pode contribuir para que as propostas sejam ampliadas e/ou mais elaboradas. Desse modo, as atividades propostas na Educação Infantil precisam

propiciar situações de cuidados, brincadeiras e aprendizagens orientadas de forma integrada e que possam contribuir para o desenvolvimento das capacidades infantis de relação interpessoal, de ser e estar com os outros em uma atitude básica de aceitação, respeito e confiança, e o acesso, pelas crianças, aos conhecimentos mais amplos da realidade social e cultural (Brasil, 1998, p. 23).

Além disso, faz-se necessário que o professor considere, ao planejar sua prática educativa, “os conhecimentos prévios de qualquer natureza, que as crianças já possuem sobre o assunto, já que elas aprendem por meio de uma construção interna ao relacionar suas ideias com as novas informações de que dispõem e com as interações que estabelece” (Brasil, 1998, p. 30).

Quanto às atividades propostas, consideramos que as professoras fizeram uso de diferentes situações relacionadas à aleatoriedade e à linguagem probabilística, sendo todas elas adequadas ao ensino na Educação Infantil. Além disso, envolveram o uso de materiais manipuláveis, da contação de histórias e de experimentos, sem considerar a interação e o brincar. Portanto, as reflexões das professoras, a respeito do planejamento das colegas, foram primordiais para o enriquecimento das aulas propostas, além de proporcionarem trocas de ideias e aprendizagem colaborativa.

4 Considerações finais

Diante das discussões aqui realizadas, compreendemos que é preciso que o trabalho com a Probabilidade na Educação Infantil esteja presente na rotina dessa etapa de ensino. Além disso, necessita-se que isso ocorra de forma inter-relacionada e por meio de diferentes metodologias, como: uso da linguagem probabilística, a partir de contextos variados, através da realização de pesquisa em sala com a exploração dos dados obtidos e por meio da exploração da literatura infantil e de experimentos práticos, como o lançamento de dados e moedas, jogos, entre outros.

Apesar de algumas professoras sentirem dificuldades em como planejar ou o que propor acerca da Probabilidade, conteúdo que não é comum nessa etapa de ensino, elas tiveram sucesso em seus planejamentos. Apenas duas professoras não conseguiram consolidar suas propostas. Embora suas atividades tenham potencial para explorar a Probabilidade, não conseguiram envolver e explorar a Probabilidade de forma explícita. Ainda assim, observou-se, nos planejamentos, o olhar cuidadoso e responsável das professoras diante da Educação Infantil.

Portanto, apesar de não estar presente nos currículos da referida etapa de ensino, as professoras indicaram que é possível elaborar propostas de estudos sobre Probabilidade para as crianças. Logo, é importante que sejam ofertados momentos formativos, para que as profissionais possam estudar, refletir, debater e apresentar seus planejamentos referentes ao conteúdo na infância.

Referências

ALSINA, A. (2019). Estatística e probabilidade na educação infantil: um itinerário docente. In *III Congresso Educação Estatística Internacional Virtual*. pp.1-16, Girona, Espanha.

ALSINA, A.; VÁSQUEZ, C.; GÓMEZ, O. (2021). Contar cuentos para contar datos: vínculos entre la literatura, la

estadística y la probabilidad en Educación Infantil. In *Número Temático: Probabilidade e Estatística na Educação Infantil e Anos iniciais do Ensino Fundamental*. Revista Educação Matemática em Foco, UEPB, v.10 (1), pp. 7-23.

AZEVEDO, P. D. (2013). *O conhecimento matemático na educação infantil: o movimento de um grupo de professores em processo de formação continuada*. 241f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos: UFSCar.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. *Referencial curricular nacional para a educação infantil*. Brasília, DF.

BRASIL. Ministério da Educação. (2010). Secretaria de Educação Básica. *Diretrizes curriculares nacionais para a educação infantil*. Brasília, DF.

BRASIL. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular para Educação Infantil*. Brasília, DF.

BRYANT, P.; NUNES, T. (2012). *Children's Understanding of Probability: a literature review*. Oxford.

CIRÍACO, K. T.; AZEVEDO, P. D.; CREMONESE, M. L. (2021). Quem vai ficar com o pêssego? Discutindo estatística e probabilidade na educação infantil com futuros(as) professores(as). In: *Revista Educação Matemática em Foco*, v.10(1), pp. 76-93.

DINIZ, E.; CARVALHO, J. I. F. (2021). *O clubinho (livro eletrônico)*. São Lourenço da Mata, PE: Ed. dos autores.

LOPES, C. A. E. (2012). A Educação Estocástica na Infância. In: *Revista Eletrônica de Educação*, v.6(1), pp. 160-174.

SPINELLI, K. L. A.; SANTOS, J. A. F. L. (2023). Possibilidades de se vivenciar a Probabilidade na Educação Infantil. In *Educação Matemática Em Revista*, v.1(24), pp. 15-25.

VÁSQUEZ, C. O.; LEVICOY, D. D.; CORONATA, C;

ALSINA, A. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. In *cadernoscenpec*. 8(10), pp.154-179.

Práticas Pedagógicas Inclusivas e o Ensino de Probabilidade para Estudantes com Deficiência Intelectual

Ricardo Tavares de Medeiros¹

Andressa Mafezoni Caetano²

1 Introdução

No Brasil, a Constituição Federal de 1988, traz os preceitos de igualdade de direitos e oportunidades para todos os cidadãos, esse é um princípio que se aplica à educação inclusiva, que dialoga com princípios presentes em eventos internacionais como a Conferência Mundial sobre Educação para Todos (Conferência de Jomtien - 1990), a Conferência Mundial sobre Necessidades Educativas Especiais cujo documento ficou conhecido como Declaração de Salamanca (1994). O imperativo da educação inclusiva postula que o objetivo é que vários grupos de crianças e jovens tenham uma educação de qualidade e que os países signatários devem adotar “o princípio de educação inclusiva em forma de lei ou de política, matriculando todas as crianças em escolas regulares [...]” (Unesco, 1994, p. 2).

Em âmbito nacional, essas leis e políticas, foram instituídas pelo Governo Federal, seguindo a recomendação dos organismos

1 Graduado em Pedagogia. Mestre em Educação (PPGPE/CE/UFES). Doutorando em Educação (PPGE/CE/UFES). Professor do Instituto Federal de Educação do Espírito Santo.

2 Graduada em Pedagogia. Mestra e Doutora em Educação (PPGE/CE/UFES). Pós-Doutora em Educação (UFRRJ). Professora do PPGPE/CE/UFES e do PPGE/CE/UFES.

internacionais. Nessa direção, as Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica, Resolução CNE/CEB nº 2/2001, no Art. 2º, define que “os sistemas de ensino devem matricular todos os alunos, cabendo às escolas organizar-se para o atendimento aos educandos com necessidades educacionais especiais, assegurando as condições necessárias para uma educação de qualidade para todos” (Brasil, 2001).

Em 1996, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9394/96, em inteiração com os movimentos em prol da constituição de escolas inclusivas (para todos os alunos), atribui o sentido de modalidade para a Educação Especial. Com isso, passa a direcionar um capítulo específico para a área, assegurando aos estudantes com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específicos para atender às suas necessidades. Além disso, promulga a contratação de professores de Educação Especial para atendimento educacional especializado e docentes do ensino regular capacitados para o envolvimento desses educandos no trabalho pedagógico das classes comuns.

No ano de 2008, com a publicação da Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva “a educação especial passa a constituir a proposta pedagógica da escola, definindo como seu público-alvo os alunos com deficiência, transtornos globais de desenvolvimento e altas habilidades/superdotação” (Brasil, 2008). São considerados alunos com deficiência “aqueles que têm impedimentos de longo prazo, de natureza física, mental, intelectual ou sensorial, que em interação com diversas barreiras podem ter restringida sua participação plena e efetiva na escola e na sociedade” (Brasil, 2008).

Por meio desses movimentos legais, a matrícula de estudantes com deficiência na escola comum, exigiu uma reformulação das redes e sistemas de ensino, desde a infraestrutura até a formação continuada de professores e, conseqüentemente das práticas pedagógicas. Deste modo, na perspectiva da educação inclusiva, os estudantes com deficiência seguem com sua escolarização em

todos os níveis, etapas e modalidades de ensino. Esse acesso a uma educação inclusiva e de qualidade, aciona a necessidade de revisão e criação de práticas mais inclusivas, e de acordo com Franco (2015, 2016) reconhecendo a diversidade dos alunos. Nesse contexto de modificação de práticas pedagógicas, a construção de uma escola inclusiva, pressupõe assumir uma postura que envolva o planejamento, a mediação, a avaliação e o acompanhamento dos processos de ensino e aprendizagem.

Santos e Magalhães (2019) argumentam que o aumento das discussões sobre as práticas pedagógicas inclusivas, tem sido tema de discussão para fortalecer a mediação de metodologias que possibilitem a aprendizagem de conceitos complexos para estudantes apoiados pela educação especial. Dessa maneira, quando pensamos em práticas pedagógicas e a escolarização de estudantes com deficiência intelectual, faz-se necessário refletir sobre a construção de metodologias para a acessibilidade curricular desses discentes. Esses conceitos, por sua natureza abstrata e complexa, exigem práticas pedagógicas que tornem o aprendizado acessível e compreensível.

Essa nova postura é desafiadora na medida em que deixamos modelos mais tradicionais para nos lançarmos a outras possibilidades no processo de ensino e aprendizagem. Assim, um dos desafios nesse processo é o ensino da matemática, o que no imaginário da escola e de muitos professores, quando relacionado a estudantes com deficiência intelectual é pouco provável que aconteça. Para Kranz (2015) ensinar conceitos abstratos como estatística e probabilidade para estudantes com deficiência intelectual pode ser um desafio significativo para os educadores. Segundo a autora, estes conceitos envolvem um alto nível de abstração e raciocínio lógico, exigindo habilidades cognitivas avançadas por parte dos estudantes, o que pode ocasionar dificuldades de entendimento que não são tangíveis ou visíveis imediatamente. Além disso, ensinar esses conceitos requer estratégias pedagógicas adaptadas e diferenciadas, que considerem as necessidades individuais dos estudantes com deficiência intelectual. Isso inclui a simplificação de conceitos

complexos e a utilização de recursos visuais e práticos para reforçar o entendimento.

De acordo com Medeiros (2023) outros fatores estão ligados aos processos de ensino e aprendizagem que atravessam as práticas pedagógicas envolvendo os conceitos complexos mediados no ensino comum. Educadores precisam de lançar mão de recursos educacionais específicos para auxiliar os estudantes com deficiência intelectual na apropriação dos conhecimentos. Isso pode incluir materiais didáticos adaptados, apoio de profissionais especializados em educação especial e colaboração com a família.

Para Kranz (2015) os educadores precisam adaptar suas abordagens de ensino, utilizando recursos visuais, manipulativos e atividades práticas para ilustrar e concretizar esses conceitos, promovendo um ambiente de aprendizagem inclusivo que encoraje a participação e o engajamento dos alunos. Medeiros e Caetano (2023) argumentam que por meio da utilização de jogos educativos, projetos colaborativos e métodos de ensino visual e tátil, é possível facilitar a compreensão e a mediação de práticas com conceitos mais densos para os estudantes com deficiência intelectual.

O desenvolvimento dessas ações não apenas melhora o desempenho acadêmico dos alunos, mas também fortalece a inclusão e equidade no ambiente educacional. Na perspectiva de que esses estudantes vivenciem a escola inclusiva, ou seja, aquela que proporciona não somente acesso, mas também permanência e aprendizagem [...] ao pensar na inclusão dos estudantes, faz-se necessário que sejam dadas a todos condições de aprender Matemática e utilizá-la em seu cotidiano (Correia; Carzola, 2021, p. 2).

A abordagem de ensino de conteúdos de matemática tem se mostrado insuficiente para atender às necessidades de alunos com deficiência intelectual, muitas vezes resultando em frustração e falta de engajamento Correia e Carzola (2021). Desse modo, ao não possibilitar a acessibilidade de metodologias de ensino e, consequentemente a aprendizagem, corre-se o risco de marginalizar

esses estudantes, privando-os das mesmas oportunidades de aprendizagem e desenvolvimento oferecidas a seus pares.

Partimos da premissa de que os estudantes com deficiência intelectual têm potencial de aprendizagem e que a utilização de caminhos alternativos pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem como um dos pilares para a concretização do processo de inclusão escolar de estudantes com deficiência, ou seja, daqueles “[...] que têm impedimentos de longo prazo, de natureza física, mental, intelectual ou sensorial” (Brasil, 2008). Apostamos na constituição de práticas pedagógicas inclusivas, como o uso de recursos visuais e manipulativos, atividades e jogos educativos, considerando as possibilidades de promover ambientes de aprendizagens inclusivos que auxiliem o desempenho acadêmico desses alunos, assim como o fortalecimento de sua autoestima e motivação.

Nesse sentido, o objetivo deste texto é de apresentar reflexões sobre o ensino da matemática e as práticas pedagógicas inclusivas. Para o desenvolvimento das reflexões, trazemos, nas seções que seguem, a metodologia que culminou na constituição dos dados, o referencial teórico, as análises e discussões sobre as práticas pedagógicas em uma perspectiva inclusiva, as considerações finais e as referências.

2 Metodologia

A metodologia utilizada na investigação se baseia em uma abordagem qualitativa, focada em compreender e analisar as práticas pedagógicas inclusivas no contexto específico do ensino da matemática para um estudante com deficiência intelectual em uma turma de ensino médio integrado. O estudo foi conduzido por meio de uma pesquisa exploratória, apropriada para investigar e descrever fenômenos pouco conhecidos e que “têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema” (Gil, 1991, p. 45).

A pesquisa exploratória é uma metodologia adequada para investigar fenômenos pouco estudados ou compreendidos em profundidade, como é o caso das práticas pedagógicas inclusivas no ensino da matemática para estudantes com deficiência intelectual. De acordo com Malhotra (2001, p. 106), a pesquisa exploratória “é um tipo de pesquisa que tem como principal objetivo o fornecimento de critérios sobre a situação-problema enfrentada pelo pesquisador e sua compreensão”.

A pesquisa foi realizada no período de abril e maio de 2024, em uma sala de aula de ensino médio integrado, em que há um estudante com o diagnóstico de deficiência intelectual, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, Campus Vila Velha. Foi coordenada pelo docente do atendimento educacional especializado. Um professor que ministra a disciplina de matemática foi convidado a participar da pesquisa. Foram realizadas observações participantes em sala de aula uma vez por semana que foram registradas em diário de campo. Também foi aplicado um questionário aberto com 4 perguntas sobre o que pensava sobre o ensino de matemática para estudantes com deficiência intelectual, tendo como foco os conteúdos mais abstratos; como as práticas pedagógicas inclusivas podem impactar positivamente o desempenho desses indivíduos no ensino médio; como a sua formação inicial e a continuada tocam as questões da educação especial e a inclusão; por fim qual sua concepção da pessoa/estudante com o diagnóstico de deficiência intelectual.

O estudo foi submetido ao Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo seres humanos da Universidade Federal do Espírito Santo, sendo aprovado com o Parecer nº 6.935.031. Além disso, todos os participantes receberam e assinaram o Termo de Livre e Consentimento Esclarecido – TCLE, conforme Resolução nº 196/96 (BRASIL, 1996), com as devidas explicações objetivas e esclarecedoras para a anuência em participar da pesquisa.

3 Referencial teórico

Trazemos como base teórica Vigotski (2019) para embasarmos nossa investigação e por compreender que o ser humano aprende por meio da cultura, com o desenvolvimento da linguagem, lançando mão dos instrumentos socialmente constituídos e da relação entre pares. O autor enfatizou a capacidade de aprendizagem de pessoas com deficiência intelectual, destacando que a deficiência não é uma barreira insuperável para o desenvolvimento cognitivo e social.

Oliveira (1995) argumenta que Vigotski defendia a inclusão escolar e social como meio de maximizar o potencial de aprendizagem e desenvolvimento de todas as pessoas e que nessa lógica, a interação com colegas e a participação em atividades sociais e educacionais são cruciais para o desenvolvimento cognitivo. Portanto, a perspectiva de Vigotski sobre a aprendizagem das pessoas com deficiência intelectual destaca a importância de um ambiente educativo inclusivo e de práticas pedagógicas que considerem as necessidades individuais.

Diante disso, a escola se coloca como um potente espaço-tempo mediador, porque possibilita o contato do estudante apoiado pela modalidade da educação especial com elementos imprescindíveis ao desenvolvimento de suas funções mentais/psicológicas superiores. Nessa via, apostamos nos estudos da matriz histórico-cultural, pois nos ajudam a pensar nos processos de ensino e aprendizagem de estudantes com deficiência intelectual por compreenderem que esses sujeitos se constituem na/pela cultura e não reduzidos a uma condição orgânica e que é possível pensar caminhos alternativos para a apropriação dos conhecimentos.

Essa corrente de pensamento possibilita entender que esses sujeitos, assim como qualquer outra pessoa, se apropriam do conhecimento pela via de ações mediadas. Para Vigotski (1991, 2019), mediação é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação. Desse modo, acreditamos que práticas pedagógicas inclusivas precisam ser entendidas de forma ampla

como o processo de intervenção de algo que favoreça a mediação como ação educativa intencional e com objetivos a serem alcançados (Caetano, 2009).

Segundo Vigotski (1991, 2019), cada pessoa, além de seu nascimento biológico, é atravessada pelos nascimentos culturais mediante a apropriação dos vários conhecimentos no transcorrer de sua existência. Para o autor, é por meio do desenvolvimento da linguagem, da utilização dos instrumentos socialmente constituídos, da apropriação da cultura e da relação entre pares que cada pessoa aprende e se desenvolve. Esses conceitos nos ajudam a entender a deficiência para além de uma questão biológica, porque não é o impedimento físico, a lesão, que impossibilita a participação social, mas sim a estrutura social que é pouco sensível para a inclusão da pessoa com deficiência em par de igualdade na sociedade (Diniz, 2007).

4 As práticas pedagógicas em uma perspectiva inclusiva

Discutir as práticas pedagógicas em uma perspectiva inclusiva para estudantes com deficiência intelectual é fundamental para a promoção de uma educação equitativa e de qualidade. Estudos como os de Padilha (2007), Melo e Mafezoni (2020) e Medeiros (2023) afirmam que a inclusão escolar não se trata apenas do acesso físico desses discentes em ambientes educacionais regulares. É preciso criar condições efetivas para que todos possam aprender, contar com ações pedagógicas mais inclusivas para fortalecer a acessibilidade curricular e o desenvolvimento no processo de ensino aprendizagem.

Nesse sentido, trazemos neste artigo algumas reflexões sobre os momentos em sala de aula durante o desenvolvimento das aulas, tendo como foco as práticas pedagógicas no ensino dos conceitos matemáticos relacionados a estatística e a probabilidade. Observar o ensino de matemática para o aluno com deficiência intelectual no ensino médio, revela desafios e oportunidades únicas, na medida em que durante as observações, verificamos que o aluno vivenciou

a partir das práticas pedagógicas planejadas, metodologias de ensino que possibilitaram mais acesso aos conteúdos abstratos dos conceitos matemáticos. O uso de recursos visuais, como gráficos e modelos concretos, demonstraram ser ferramentas que o auxiliaram na conexão com a abstração, facilitando uma compreensão mais aprofundada e engajada do assunto ensinado e mediado pelo professor.

Além disso, a interação e mediação conjunta entre os professores regente de matemática e de educação especial, bem como dos colegas, especialmente em atividades colaborativas e de resolução de problemas, foram fundamentais para estimular a participação ativa do estudante no desenvolvimento dos conteúdos na disciplina. A reflexão sobre esses momentos destaca não apenas a importância de acessar o currículo e os métodos de ensino, mas também de criar um ambiente inclusivo e de suporte que reconheça e valorize as contribuições individuais de cada aluno, independentemente de especificidades na aprendizagem.

O professor regente da turma em parceria com o de educação especial durante a mediação dos conteúdos e na correção das tarefas, adotavam estratégias variadas. Uma delas consistia em promover momentos de socialização dos trabalhos entre todos os alunos. Assim, os alunos compartilhavam e discutiam como chegaram aos resultados das questões e exercícios, além de destacarem quais foram os desafios mais significativos e por que surgiram.

Durante as aulas, foi possível identificar estratégias pedagógicas para tornar, por exemplo, conceito de probabilidade, mais acessível. O professor empregou exemplos do cotidiano e situações do dia a dia que ajudaram os estudantes a compreenderem melhor os conceitos probabilísticos. Utilizou jogos de dados e simulações de eventos aleatórios simples, com os quais o aluno pôde visualizar e experimentar a aplicação da teoria sobre a probabilidade, num primeiro momento, de maneira prática. Essas atividades não apenas despertaram o interesse do aluno, mas também facilitaram em um segundo momento, a sua participação ativa nas discussões em sala de aula, permitindo-lhe explorar e experimentar os

conceitos trabalhados no contexto da aula planejada, que respeita as habilidades individuais e necessidades de aprendizagem dos estudantes.

Essas observações sublinham a importância de métodos de ensino acessíveis que não só tornam os conceitos abstratos mais compreensíveis, mas também promovem um ambiente inclusivo onde todos os alunos podem aprender e se desenvolver. Além disso, o docente de matemática sinalizou sobre a importância da colaboração do professor de educação especial no desenvolvimento de estratégias e na mediação de práticas pedagógicas em sala de aula.

Em outro momento, os professores organizaram e desenvolveram uma atividade, na qual os estudantes simularam o lançamento de moedas para entender a probabilidade de cara ou coroa. Para o aluno com deficiência intelectual, essa atividade foi especialmente importante, pois também envolveu ação física simples e direta que facilitou a compreensão do conceito de eventos aleatórios e suas chances associadas.

Além disso, o professor de matemática incentivou a estimar as probabilidades antes de realizar os lançamentos, promovendo não apenas a compreensão matemática, mas também o desenvolvimento das habilidades de previsão e análise. Essa abordagem não só tornou o aprendizado mais prazeroso e envolvente, mas também evidenciou como o planejamento para atender as diferenças em sala de aula, podem ser eficazes para ensinar conceitos complexos como probabilidade, tornando-os acessíveis e significativos para todos os estudantes em uma sala de aula que pretende ser mais inclusiva.

Nessa linha de pensamento, compreendemos que as ações planejadas pelos docentes possibilitaram a apropriação do conhecimento na disciplina. De acordo com Vigotski (2019) o desenvolvimento das funções mentais superiores³ está

3 As funções mentais superiores são memória, consciência, percepção, atenção, fala, pensamento, vontade, formação de conceitos e emoção, se intercambiam nesta rede de nexos ou relações e formam, assim, um sistema psicológico, em que as funções se relacionam entre si (Vigotski, 2019).

intrinsecamente ligado ao ambiente social e às interações culturais. Segundo ele, o potencial de aprendizagem de uma pessoa com deficiência intelectual pode ser significativamente ampliado por meio de um suporte adequado e de práticas pedagógicas inclusivas. Além disso, o autor chama a atenção contra a marginalização desses educandos, argumentando que a segregação desses indivíduos limita suas oportunidades de desenvolvimento.

Avançando na reflexão, trazemos outras observações em sala de aula. Presenciamos iniciativas que visavam tornar conceitos abstratos mais concretos e acessíveis, quando o professor explicou conceitos de estatística por meio da organização da coleta de dados sobre as preferências dos alunos, como cores e frutas. O aluno com deficiência intelectual participou ativamente ao criar um gráfico de barras representando suas cores preferidas e uma tabela com suas frutas favoritas. O docente de matemática então orientou os alunos passo a passo: primeiro, eles registraram as cores e frutas dos colegas; em seguida, utilizando recursos como papel, lápis, borracha e régua, construíram o gráfico a partir dos dados coletados. Assim, apresentaram à turma as quantidades de cores e frutas, ilustrando como métodos de coleta e análise de dados permitem interpretações significativas.

Destacamos a reflexão do professor de matemática, afirmando que essa atividade proporcionou ao aluno com deficiência intelectual uma série de benefícios educacionais e cognitivos significativos. Primeiramente, ao participar ativamente da coleta de dados e da criação dos gráficos, o aluno desenvolveu habilidades de organização e análise de informações, fundamentais para sua compreensão de conceitos estatísticos. Além disso, a atividade desenvolvida permitiu que o discente se apropriasse dos conhecimentos matemáticos de forma sólida por meio da simbolização dos conceitos, os tornando mais tangíveis e compreensíveis. A colaboração do docente de educação especial e dos colegas, também promoveu habilidades sociais e de interação, além de reforçar a autoconfiança do estudante em tela ao apresentar o trabalho à turma.

Por meio do questionário, perguntamos ao docente da turma o que pensava sobre o ensino de matemática para estudantes com deficiência intelectual. Ele enfatizou a importância de considerar a individualidade de cada aluno ao planejar atividades, especialmente ao adaptar práticas pedagógicas. O professor destacou a necessidade de criar e validar métodos alternativos que permitam a aprendizagem de todos os estudantes, incluindo aqueles que requerem abordagens diferenciadas para progredir em seu próprio ritmo. Ele enfatizou o respeito pelo modo único de apropriação dos conhecimentos pelos alunos e defendeu a utilização de diferentes abordagens de ensino para garantir a acessibilidade curricular a todos.

O educador também respondeu sobre o ensino de conteúdos mais abstratos, como estatística e probabilidade, para o ensino a estudantes alunos com deficiência intelectual. Enfatizou a importância de tornar esses conceitos complexos mais acessíveis e significativos. No entendimento do docente, por exemplo, ao ensinar estatística, são necessários que os profissionais da educação se atentem para situações práticas que permitam aos alunos entender conceitos como média, mediana e moda, relacionando primeiramente ao seu dia a dia.

Ao abordarmos sua formação inicial, o professor mencionou algumas lacunas percebidas, indicando que durante a graduação não se recorda de nenhuma disciplina sobre a educação especial e inclusiva. No entanto, ele diz que sempre teve um cuidado particular ao considerar como poderia auxiliar esses estudantes em suas aulas. Além disso, destacou a importância da parceria entre professores de educação especial e docentes de matemática, pois essa colaboração não só enriquece as práticas pedagógicas, mas também promove uma abordagem inclusiva, fortalecendo assim a troca de experiências, conhecimentos e aprendizagens entre docentes e alunos.

Seguindo essa linha de pensamento, Buss e Caetano (2021) destacam que a educação é um campo dinâmico em constante evolução, onde novas pesquisas, teorias e práticas pedagógicas surgem regularmente. A formação continuada desempenha

um papel crucial ao permitir que os professores se mantenham atualizados com essas mudanças. Essa atualização é essencial para capacitar os educadores a enfrentarem a diversidade presente nas salas de aula, que inclui alunos com deficiência, diversas origens culturais e sociais.

Concordamos com Oliveira (2022, p. 16) sobre a importância da formação continuada de professores em diversas áreas, pois:

Mesmo constatando que os currículos para a formação de professores passaram por transformações importantes ao longo do tempo, principalmente no que tange à inclusão de conteúdos específicos que buscaram trazer disciplinas que contemplem noções sobre a educação especial e educação inclusiva, estudos mostram que foram insuficientes ou inexistentes nas matrizes curriculares de várias instituições superiores que ofertam cursos de formação de professores.

Esse movimento, nos leva a refletir o quanto a formação continuada precisa de investimento para possibilitar capacitação e conhecimento aos professores a compreender em melhor essas especificidades, desenvolvendo estratégias, ações e práticas pedagógicas mais inclusivas para promover o desenvolvimento cognitivo, social e emocional dos alunos. Além disso, permite que a se atualizem sobre as políticas, normativas e inovações na área da educação especial, favorecendo a criação de um ambiente escolar mais inclusivo e acolhedor.

De acordo com Buss e Caetano (2021) e Oliveira (2022) ao investir na formação continuada, os professores não apenas ampliam seus conhecimentos técnicos e pedagógicos, mas também se tornam agentes de mudança dentro das escolas, promovendo uma cultura de respeito à diversidade e de valorização das diferenças individuais. Isso é crucial para a construção de uma sociedade mais justa e inclusiva, onde todos os alunos, independentemente de suas capacidades, tenham a oportunidade de alcançar seu pleno potencial.

Perante o exposto, compreendemos a importância do

investimento na formação inicial e continuada dos profissionais da educação, pois possibilita em modificar suas percepções sobre estudantes com deficiência intelectual, a pensarem em ferramentas e estratégias necessárias para atender às diversas necessidades em sala de aula, promovendo seu desenvolvimento acadêmico, social e emocional. Além disso, solicita a sensibilização e a adoção de atitudes positivas em relação à inclusão. Professores bem formados estão mais propensos a ver o potencial dos alunos com deficiência e a se comprometerem com sua escolarização.

Outro ponto de destaque é a reflexão do professor de matemática sobre como as práticas pedagógicas inclusivas podem impactar positivamente o desempenho de alunos com deficiência intelectual no ensino médio. Ele aponta é necessário o planejamento coletivo, envolvendo o docente de educação especial para potencializar métodos, recursos e adaptações pedagógicas. Enfatiza que este avanço não é apenas resultado do esforço individual dos professores, mas também requer um compromisso sério das políticas públicas em educação, além da colaboração contínua da equipe pedagógica e dos responsáveis pelos discentes. Afirma que este movimento coletivo é essencial para criar um ambiente educacional que apoia a educação especial em uma perspectiva inclusiva.

No que se refere ao entendimento do professor de matemática com relação às pessoas e estudantes com deficiência intelectual, ele compartilhou a perspectiva de que esses indivíduos são seres humanos com capacidade de aprender e têm o direito de participar plenamente em todos os espaços da sociedade. Reconhece que, embora possam enfrentar desafios específicos na compreensão de conceitos abstratos, é fundamental entender que todas as pessoas enfrentam obstáculos em suas jornadas educacionais. Ele realça a importância de proporcionar oportunidades de aprendizagem inclusivas, onde esses alunos possam desenvolver estratégias para superar essas barreiras e acompanhar o currículo comum. Essa abordagem não apenas promove a igualdade de acesso à educação, mas também valoriza a diversidade de habilidades e experiências na

sala de aula.

De acordo com Vigotski (2019) a pessoa que apresenta deficiência intelectual não deve ser reduzida a uma condição biológica, mas alguém que vai sendo inserido nos processos civilizatórios, a partir disso, se constituindo sujeito nas relações estabelecidas com o meio, os instrumentos, os signos e a linguagem.

Sob a influência do ponto de vista pessimista a respeito das crianças com atraso mental, ocorre geralmente a redução das exigências, o estreitamento notório, a redução dos limites e fronteiras que a educação dessas crianças estabelece. Sob a influência desse ponto de vista, como é natural, surgem as tendências de minimizar a aspiração, a reduzir as tarefas educativas com relação a essas crianças, até o mínimo possível, e limitar-se ao mais necessário (Vigotski, 2019, p. 319).

Portanto, é crucial reconhecer a importância de ensinar ao estudante e não colocar o foco na deficiência. Ao destacar as capacidades e conquistas individuais, o estigma associado às deficiências intelectuais tende a diminuir, promovendo uma sociedade mais empática e compreensiva, onde todos são valorizados pelo que podem contribuir independentemente de suas limitações. A abordagem narrada pelo professor reforça a valorização das potencialidades desses indivíduos, considerando-os integralmente, incluindo aspectos emocionais, sociais e criativos, para além de suas limitações biológicas.

Embora os aspectos biológicos sejam essenciais no desenvolvimento humano, os processos de apropriação cultural desempenham um papel fundamental na formação do indivíduo como ser histórico e social. Essa perspectiva pode orientar os profissionais da educação a evitar reduzir a pessoa com deficiência intelectual à sua condição orgânica, reconhecendo-a como um aprendiz cujo desenvolvimento é profundamente influenciado pelas condições pedagógicas adequadas, conforme destacado por Vigotski (2019).

Outra consideração importante sobre a investigação é a aprendizagem. De acordo com Vigotski (2019) não se limita à

aquisição de informações ou habilidades, mas também envolve o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, como o pensamento crítico, a resolução de problemas e a autorregulação. O autor destaca que o ambiente educacional e social desempenha um papel crucial no desenvolvimento cognitivo e na aprendizagem dos alunos. Chama a atenção para um ambiente enriquecido com oportunidades de interação, estimulação e suporte individualizado pode facilitar significativamente o processo de aprendizagem.

Segundo Vigotski (2019), o desenvolvimento do indivíduo com deficiência ao longo dos anos escolares não depende apenas da idade e do estágio de maturação, mas também do estado de seu desenvolvimento mental/cognitivo. Esse estado é caracterizado pela diferença entre o nível de desenvolvimento real, alcançado por meio da resolução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, alcançado com orientação de um adulto ou em colaboração entre pares. Diante disso, o autor destaca a importância da interação social e da mediação do professor favorecendo assim o aprendizado e o desenvolvimento em seu processo de escolarização.

Quando pensamos na aprendizagem de um estudante com deficiência intelectual seja no ensino médio ou em outra etapa de ensino, falamos de um processo complexo que ocorre dentro de um contexto social e cultural. O desenvolvimento cognitivo de um indivíduo não é determinado apenas por fatores biológicos, mas é profundamente influenciado pelas interações sociais e pelo ambiente em que está inserido, pois “[...] a criança, cujo desenvolvimento está comprometido pela deficiência, não é menos desenvolvida do que as outras, simplesmente se desenvolve de uma maneira diferente” (Vigotski, 1997, p. 12).

5 Considerações finais

Este estudo destaca a importância das práticas pedagógicas inclusivas no ensino de conteúdos de matemática como os de estatística e probabilidade para estudantes com deficiência

intelectual. O papel do professor regente e a parceria com o de educação especial se revela fundamental ao proporcionar mediação pedagógica com intencionalidade e sistematicidade, visando criar alternativas viáveis para que estudantes com deficiência intelectual possam se apropriar do conhecimento. Essa abordagem requer a criação de condições favoráveis e o desenvolvimento de novas formas de ensino, aprendizagem e práticas pedagógicas sob uma perspectiva inclusiva. Ao discutirmos as práticas pedagógicas inclusivas, reconhecemos o trabalho didático dos professores em tornar o conhecimento acessível e significativo para todos os estudantes, incluindo aqueles que necessitam do apoio da educação especial na perspectiva da educação inclusiva.

As reflexões aqui delineadas podem servir como inspiração para educadores que buscam fomentar a inclusão e participação dos estudantes com deficiência intelectual e o seu processo de escolarização. Além disso, enfatiza a necessidade de reconhecer as potencialidades individuais desses alunos, indo além de suas limitações biológicas, para promover uma sociedade mais justa e inclusiva.

Consequentemente, é fundamental destacar que as práticas pedagógicas inclusivas não apenas beneficiam os estudantes com deficiência intelectual, mas também enriquecem o ambiente educacional como um todo. Ao adotar abordagens que valorizam a diversidade de habilidades e experiências, os educadores não só capacitam os alunos para enfrentar desafios acadêmicos, mas também promovem um ambiente de aprendizagem colaborativo e respeitoso. Além disso, ao reconhecer e desenvolver as potencialidades individuais de cada estudante, independentemente de suas especificidades, estamos contribuindo para a construção de uma sociedade mais justa e inclusiva, na qual todos tenham a oportunidade de desfrutar do conhecimento historicamente construído. Assim, investir e desenvolver em práticas pedagógicas inclusivas não é apenas uma responsabilidade educacional, mas também um passo essencial em direção a um futuro mais equitativo baseado na diversidade e na diferença.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação. **Política pública de educação especial na perspectiva da educação inclusiva**. Brasília, jan. 2008. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/politicaeducespecial.pdf>. Acesso em: 9 jul. 2024.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília: Diário Oficial da União, 1988. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 8 jul. 2024.

BRASIL. **Lei nº 12.796, de 4 de abril de 2013**. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para dispor sobre a formação dos profissionais da educação e dar outras providências. Diário Oficial da União. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2013/lei/l12796.htm. Acesso em: 9 jul. 2024.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília: Diário Oficial da União, 1996.

BRASIL. **Resolução n. 2, de 11 de setembro de 2001**. Institui as Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica. CNE. CEB. Brasília: 2001.

BUSS, Joziane Jaske Buss; CAETANO, Andressa Mafezoni. **Formação continuada em foco: a inclusão escolar e a construção de conhecimentos coletivos**. São Carlos: Pedro & João Editores, 2021.

CAETANO, Andressa Mafezoni. **A formação inicial de professores na perspectiva da inclusão escolar de alunos com deficiência**: o curso de Pedagogia da Universidade Federal do Espírito Santo. 2009. 238 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2009.

DINIZ, Débora. **O que é deficiência**. São Paulo: Brasiliense,

2007.

CORREIA, Gleidson Santos; CAZORLA, Irene Mauricio. Diálogos entre o Ensino de Probabilidade e Estatística e a Educação Inclusiva nas Pesquisas Brasileiras. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1 – 20, 2021.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. Práticas pedagógicas de ensinar-aprender: por entre resistências e resignações. **Educação e pesquisa**, São Paulo, v. 41, n. 3, jul./set. 2015.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. Práticas pedagógicas e docência: um olhar a partir da epistemologia do conceito. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 97, n. 247, dez. 2016.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo, SP: Atlas, 1991.

KRANZ, Cláudia Rosana. Educação matemática na perspectiva inclusiva. In: MARTINS, Lúcia de Araújo Ramos; SILVA, Luzia Guacira dos Santos (org.). **Educação inclusiva: pesquisa, formação e práticas**. João Pessoa: Ideia, 2015. p. 95-120.

MALHOTRA, Naresh K. **Pesquisa de marketing: uma orientação aplicada**. 3 ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

MEDEIROS, Ricardo Tavares de. **Práticas pedagógicas e inclusão de estudantes com deficiência intelectual nos anos finais do ensino fundamental**. 2023. 213f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação Profissional da Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2023.

MEDEIROS, Ricardo Tavares de; CAETANO, Andressa Mafezoni Caetano. **Práticas pedagógicas e inclusão de estudantes com deficiência intelectual nos anos finais do ensino fundamental**. Campos dos Goytacazes: Encontrografia, 2023.

MELO, Douglas Christian Ferrari de; MAFEZONI, Andressa

Caetano. O direito de aprender e os alunos público-alvo da especial. **Revista Educação em Debate**. Fortaleza, v. 41, n. 78, p. 101-115, jan/abr. 2019.

OLIVEIRA, Ana Lúcia Sodré de. **A formação continuada de professores e a inclusão de alunos com deficiência intelectual nos anos finais do ensino fundamental**. 2022. 163f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação Profissional da Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2022.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico**. 2. ed. São Paulo: Scipione, 1995.

PADILHA, Ana Maria Lunardi. **Práticas pedagógicas na educação especial**. 3. ed. São Paulo: Autores Associados, 2007.

SANTOS, Rogério Alves do; MAGALHÃES, Rita de Cássia Barbosa Paiva. **Vozes de estudantes com deficiência intelectual: construção identitária e estigma**. Campos dos Goytacazes: Brasil Multicultural, 2019.

UNESCO. **Declaração de Salamanca: sobre princípios e práticas na área das necessidades educativas especiais**. 1994. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seesp/>. Acesso em: 9 jul. 2024.

UNESCO. **Declaração mundial sobre educação para todos: satisfação das necessidades básicas de aprendizagem**. Jomtien, 1990. Disponível em: <https://www.unicef.org>. Acesso em: 9 jul. 2024.

VIGOTSKI, Lev Semionovitch. **Obras Completas: tomo cinco: fundamentos da defectologia**. Cascavel: Edunioeste, 2019.

VYGOTSKY, Lev Semionovitch. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, Lev Semionovitch. **Pensamento e linguagem**. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1997.

O Raciocínio Combinatório na Infância: Despertando o Potencial Matemático de Crianças Através de Material Educativo

Yasmim Ferreira Campos Viana¹

Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon²

1 Introdução

Nos últimos anos, a importância de uma abordagem planejada para o ensino da matemática na educação infantil tem ganhado crescente reconhecimento, especialmente em relação ao trabalho com a combinatória. Ela que é frequentemente percebida como uma área complexa e reservada aos níveis mais avançados de escolaridade está, na verdade, profundamente inserida nas experiências diárias das crianças, desde a escolha de roupas até a organização em equipes em uma aula de Educação Física. Essas atividades cotidianas envolvem decisões que, de forma intuitiva, exercitam o raciocínio combinatório, sugerindo que as crianças tenham uma predisposição natural para explorá-lo.

Apesar dessa predisposição, o trabalho com a combinatória na educação infantil ainda é pouco vivenciado, em grande parte devido à formação inicial dos professores. Muitos educadores não recebem formação para abordar conceitos combinatórios, o que resulta em uma insegurança no trabalho com esse conteúdo em sala

1 Licencianda em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo [Ifes] – *campus* Cachoeiro de Itapemirim. E-mail: ferreiracamposvianayasmim@gmail.com

2 Doutora em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo [UFES]. Professora do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo [Ifes] – *campus* Cachoeiro de Itapemirim. E-mail: thiarlax@ifes.edu.br

de aula. Essa lacuna na formação docente sublinha a necessidade de ações de formação continuada que auxiliem professores a explorar a combinatória com crianças pequenas desde os primeiros anos de escolarização.

Diante desse cenário, este artigo propõe-se a contribuir para a formação continuada de professores da educação infantil. Nosso objetivo é apresentar o material didático “O raciocínio combinatório na infância”, elaborado na perspectiva da atividade orientadora de ensino [AOE] (Moura, 1997) como uma possibilidade para incorporar a combinatória em práticas escolares da/na infância e, assim, tentar promover o desenvolvimento do raciocínio combinatório das crianças. Além disso, este estudo busca explorar e refletir sobre a importância do papel do professor quanto ao trabalho com a matemática quando se deseja evidenciar a combinatória em turmas de educação infantil.

2 Um caminhar teórico e metodológico

A matemática é uma área do conhecimento de grande importância, sendo fundamental para avanços significativos em diferentes setores sociais, econômicos, políticos, entre outros. Quando pensamos na formação de profissionais de segmentos variados, vemos currículos com disciplinas específicas de matemática, de natureza básica ou mais complexa, impactando, assim, a formação de muitos profissionais. Além disso, ela faz-se presente na resolução de situações do dia a dia e na satisfação das necessidades humanas. Por isso, de fato, a matemática está profundamente ligada ao processo de humanização (LEONARDO; MIARKA; MENESTRINA, 2014).

Dada sua relevância, é essencial que a matemática seja abordada desde a educação infantil, visto que essa etapa é importante para o desenvolvimento humano. Nessa fase, as crianças começam a estruturar seus primeiros conceitos matemáticos, que são fundamentais para que elas desenvolvam o raciocínio lógico e construam suas concepções acerca da matemática, de seu ensino e

da aprendizagem. Assim, explorar a matemática na infância não apenas promove o raciocínio lógico e a resolução de problemas, mas também estimula a imaginação e a criatividade das crianças. No entanto, para que essas habilidades se desenvolvam, é necessário que haja um(a) professor(a) que incentive e oriente esse processo.

De tal modo, o trabalho docente torna-se fundamental, já que, na educação infantil, as crianças começam a entender os conceitos básicos de matemática, a pensar em como resolver problemas, a aprender sobre números, sequências ordenadas e a desenvolver noções de espaço, espessura, forma e comprimento, entre outros. Sobre isso, Monteiro (2010) destaca que, “[...] desde muito cedo, as crianças entram em contato com uma variedade de noções matemáticas. Elas ouvem e falam sobre números, comparam, agrupam, separam, ordenam e resolvem pequenos problemas envolvendo operações” (MONTEIRO, 2010, p. 1).

Desse modo, as crianças, mesmo pequenas, têm a oportunidade de interagir diretamente com números, lendo-os, representando quantidades e escrevendo-os, contando objetos e resolvendo situações que envolvem as ideias de comparar, ordenar e agrupar quantidades, sempre em contextos significativos que fazem sentido para elas (MONTEIRO, 2010). Sendo assim, é possível desenvolvermos com as crianças, por meio de atividades práticas e lúdicas, formas de raciocínio estatístico, probabilístico e, em nosso caso, combinatório (BORBA, 2016).

No que se refere ao desenvolvimento do raciocínio combinatório, Silva A. (2019) observa que ele “[...] se desenvolve de maneira gradual e necessita de um longo período de tempo para se estabelecer” (SILVA, A., 2019, p. 20). Mediante essa afirmativa, a autora recomenda que a apresentação deste conteúdo matemático aconteça desde a educação infantil, sendo incorporados outros e novos aspectos dele em cada nível de ensino. Complementando essa ideia, Borba (2010) aponta que o raciocínio combinatório é “[...] um modo de pensar presente na análise de situações nas quais, dados determinados conjuntos, deve-se agrupar os elementos dos mesmos, de modo a atender critérios específicos (de escolha e/ou

ordenação dos elementos)” (BORBA, 2010, p. 3). Para além das estruturas matemáticas, Silva J. (2019) argumenta que o raciocínio combinatório está presente na vida cotidiana dos indivíduos desde a infância. Por isso, o autor considera ser possível relacioná-lo com a realidade em que vivemos. Contudo, o raciocínio combinatório, muitas vezes, não é trabalhado pelos(as) professores(as) da educação infantil, resultando em sua formalização no ensino médio, no qual é frequentemente apresentado como algo novo e repleto de fórmulas (ZANON, 2019).

Nesse sentido, é viável pensarmos na possibilidade de explorar o raciocínio combinatório em todos os níveis da educação básica cujos conteúdos são gradativamente ampliados. Porém, como ele se desenvolve ao longo do tempo, é importante que comecemos, desde a educação infantil, por meio de atividades lúdicas (BRASIL, 2010). Sendo assim, acreditamos que o trabalho intencional do(a) professor(a) pode ajudar os alunos a desenvolverem processos mentais, conscientes ou não, na infância relacionados à combinatória. Por isso, Silva A. (2019) destaca que o trabalho com o raciocínio combinatório “[...] envolvendo alunos em início de escolarização e durante todo percurso na educação básica, com variadas situações [...] (arranjos, combinações, permutações e produto de medidas), pode propiciar [...] um grande avanço no desenvolvimento desta maneira específica de raciocínio” (p. 13). Desse modo, cremos que é importante o trabalho contínuo, visto que ele contribui para a formação de uma base sólida para o desenvolvimento do raciocínio combinatório, antes mesmo de ser formalmente tratado.

Por outro lado, isso não ocorre de maneira espontânea. Assim, é imprescindível a intervenção de um mediador que atue incentivando e orientando a criança em seu desenvolvimento. Nesse sentido, para o(a) professor(a), a reflexão constante sobre a prática pedagógica torna-se essencial, pois ele deve estar consciente da importância de seu papel na formação humana dos alunos. Em se tratando da matemática na educação infantil, é viável reconhecer que ela faz parte do universo da criança. Contudo, para que ela

se aproprie, de maneira efetiva, dos conhecimentos matemáticos historicamente acumulados, como já dito, a intervenção adulta é necessária, planejando e executando ações educativas intencionais que possibilitem a construção desse saber. O(a) professor(a), portanto, deve levar em conta os conhecimentos prévios das crianças, seus interesses e capacidades, adaptando estratégias de trabalho e buscando, continuamente, novas metodologias que auxiliem tanto no ensino quanto na aprendizagem do conteúdo.

Para que isso aconteça, demanda-se, segundo Tuleski e Eidt (2007), a mediação de indivíduos culturalmente mais desenvolvidos, como já dito, o(a) professor(a), pois o desenvolvimento das funções psicológicas superiores — como a memória, a atenção, a abstração, fala, aquisição de instrumentos e o pensamento — está diretamente ligado à aquisição de conhecimentos compartilhados historicamente por esses sujeitos. Em outras palavras, cada função psicológica superior é o resultado da interação social, sendo primeiramente interpsicológica, para, então, ser internalizada, transformando-se em uma função intrapsicológica (ASBAHR; MEIRA, 2014; TULESKI; EIDT, 2007). Nesse processo de internalização, a educação escolar desempenha um papel importante, promovendo a transformação das funções psicológicas elementares em superiores, mediante um trabalho que requer a mediação de um(a) educador(a).

O(a) professor(a), como mediador(a) do conhecimento sistematizado pela humanidade, é responsável por despertar nos alunos novas necessidades e motivações para o estudo (FACCI, 2010; TULESKI; EIDT, 2007). Ele(a) deve atuar como um(a) provocador(a) que desperta o interesse da criança. Esse papel exige uma prática pedagógica constantemente refletida e aprimorada. Por isso, Pizzato e Garbin (2004) consideram que a função do(a) professor(a) vai além da simples transmissão de conhecimento. Ele(a) deve estimular a consciência crítica nos alunos e incentivá-los a analisar os problemas que os rodeiam. Mahoney e Almeida (2005) corroboram essa visão, destacando que o(a) professor(a) deve agir como mediador(a) tanto do conhecimento quanto das interações sociais. As relações que os alunos estabelecem com o

conhecimento e entre si refletem, em grande parte, a maneira como o(a) professor(a) se relaciona com eles.

Nesse sentido, Oliveira e Kottel (2016) reforçam que o(a) professor(a) deve desenvolver habilidades empáticas, conhecendo profundamente cada um de seus alunos — suas motivações, recursos e necessidades pessoais. A isso, Freire (2011) acrescenta que o(a) professor(a) que não respeita a curiosidade do aluno, sua estética, inquietações e linguagem compromete a eficácia do ensino. Assim, os(as) professores(as) devem estar atentos(as) às práticas pedagógicas que desenvolvem dentro dos espaços escolares, pois a criança levanta hipóteses, observa, constrói novos conhecimentos, questiona e apropria-se daqueles já produzidos pela humanidade. Além disso, é essencial que o ambiente escolar seja rico em possibilidades de interação, pois elas são fundamentais para o desenvolvimento das crianças. O papel do(a) educador(a), nesse cenário, é criar e manter um ambiente de aprendizagem que seja desafiador e estimulante, o que exige um planejamento pedagógico cuidadoso e reflexivo.

Ao considerar todos esses aspectos, fica-nos evidente que o papel do(a) professor(a) na educação infantil, especialmente no que se refere ao trabalho com a matemática, é de extrema importância. Não se trata apenas de explorar conteúdos específicos, mas de fomentar um ambiente que possibilite o desenvolvimento integral das crianças, respeitando suas particularidades e incentivando-as a explorar o mundo a seu redor. Para isso, o(a) professor(a) precisa buscar novas estratégias que tornem o aprendizado mais acessível e relevante. Nesse cenário, as propostas de formação contínua com professores da educação infantil ganham cada vez mais espaço quando pensamos na possibilidade de desenvolvimento humano para os participantes do processo.

Ao refletirmos sobre a matemática para crianças da educação infantil, surge a necessidade de utilizarmos métodos que permitam que elas construam significados próprios, em vez de simplesmente memorizarem respostas, conforme as expectativas dos adultos. Lorenzato (2011) nos alerta sobre a importância de iniciar esse processo com atividades que explorem os sete processos mentais

básicos para a aprendizagem matemática, a saber: correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação. Eles formam a base do pensamento matemático e, se não forem trabalhados desde cedo, poderão gerar dificuldades significativas de aprendizagem delas em relação à matemática. Sobre isso, Lorenzato (2011) ressalta que, “[...] se o professor não trabalhar com as crianças esses processos, elas terão grandes dificuldades para aprender número e contagem, entre outras noções” (LORENZATO, 2011, p. 25).

Pensando sobre isso, a Base Nacional Comum Curricular [BNCC] (BRASIL, 2018) propõe que a estrutura curricular da educação infantil seja organizada em cinco campos de experiências, a saber: (1) O eu, o outro e o nós; (2) Corpo, gestos e movimentos; (3) Traços, sons, cores e formas; (4) Escuta, fala, pensamento e imaginação; e (5) Espaços, tempos, quantidade, relações e transformações. Esses campos de experiências têm o objetivo de alinhar o processo de aprendizagem às vivências do cotidiano das crianças, respeitando seus conhecimentos prévios e suas curiosidades naturais. E, nessa organização, encontramos aspectos do raciocínio combinatório. Ao explorar atividades como enumeração, contagem, classificação e seriação, o(a) professor(a) não só trabalha o campo de experiência “espaços, tempos, quantidades, relações e transformações”, mas também promove o desenvolvimento do raciocínio combinatório de forma lúdica e significativa. Portanto,

[...] a Educação Infantil precisa promover experiências nas quais as crianças possam fazer observações, manipular objetos, investigar e explorar seu entorno, levantar hipóteses e consultar fontes de informação para buscar respostas às suas curiosidades e indagações (BRASIL, 2018, p. 43).

Moura (2007) enfatiza que, ao explorar conteúdos matemáticos na educação infantil, o(a) professor(a) deve adotar uma abordagem lúdica por meio de jogos, brincadeiras, rodas de conversa, contações de histórias, entre outros, colocando a criança em situações em que ela possa construir conhecimento matemático mediante a resolução de problemas. Essa abordagem permite que as

crianças compartilhem significados e encontrem soluções coletivas para os desafios apresentados. Seu objetivo principal, segundo Moura (2007), é permitir que a criança compreenda rapidamente o mundo simbólico a seu redor e, mais do que isso, ela se aproprie da experiência social da humanidade (ARAÚJO, 2010). Para muitas crianças, por exemplo, a fase de elaborar registros com desenhos (um tipo de abordagem lúdica) é importante para chegar à representação da linguagem matemática. Esses desenhos, como observa Lorenzato (2011), podem diferir dos objetos representados, mas desempenham um papel fundamental na transição para a abstração matemática. Nesse contexto, o(a) professor(a), como responsável pela atividade de ensino, deve proporcionar

[...] apropriação de conhecimentos necessários para inserir novos sujeitos em atividades coletivas que tenham por objetivo a satisfação de necessidades básicas, instrumentais e integrativas desenvolvidas historicamente. A relação essencial dessa atividade é o modo de se fazer humano na atividade de ensino (MOURA; ARAÚJO; SERRÃO, 2019, p. 416).

Isso significa “[...] considerar que o ensino deve estar voltado para educar e promover, a partir do contexto de significações construídas historicamente, a constituição de sentidos daquilo que se ensina e daquilo que os alunos devem aprender (PALMA, 2010, p. 68). Em razão disso e com base nas ideias de Vigotski (1991), reconhecemos a importância de ações educativas que permitem que os estudantes se apropriem da herança cultural por meio de interações sociais, visando tanto à formação de suas personalidades quanto ao desenvolvimento de suas capacidades psíquicas superiores (MONTEIRO, 2022).

Nessa lógica, quando pensamos em atividades, consideramos que elas, na perspectiva de Leontiev (2010), se referem aos processos destinados a satisfazer necessidades, sendo estas o ponto de partida que impulsiona o desenvolvimento da atividade que a originou (LEONTIEV, 2010). O autor destaca, ainda, que a atividade humana só se concretiza plenamente quando o motivo está alinhado ao objetivo da ação. Para que novos motivos surjam,

é preciso que o indivíduo esteja em um ambiente que o estimule a atender a novas necessidades. No contexto escolar, isso significa que o conhecimento não é apropriado de maneira espontânea. Desse modo, é preciso que o(a) professor(a) planeje e organize intencionalmente as atividades pedagógicas.

Para isso, Moura, Araújo, Ribeiro Panossian e Moretti (2010) apresentam que a atividade orientadora de ensino (AOE), que é uma unidade formadora tanto para professores quanto para alunos, engaja ambos no processo de ensino-aprendizagem. Ela é caracterizada por três elementos fundamentais: uma necessidade, um motivo real e um conjunto de ações. Esses elementos, em conjunto, formam um espaço de aprendizagem que é dinamizado pela situação desencadeadora de aprendizagem (SDA), a qual cria condições para que os estudantes se envolvam ativamente, buscando soluções para os problemas propostos.

Por isso, entendendo que interações e brincadeiras sejam os alicerces das práticas pedagógicas na educação infantil (BRASIL, 2013), uma vez que elas estruturam o cotidiano da infância facilitando a construção e apropriação de conhecimentos, além de promoverem o desenvolvimento, a aprendizagem e a socialização, devemos disponibilizar para as crianças ações de ensino que lhes assegurem os direitos fundamentais de “[...] conviver, brincar, participar, explorar, expressar-se e conhecer-se [...]” (BRASIL, 2018, p. 40). Nessa perspectiva, Lorenzato (2011) enfatiza que é função do(a) professor(a) criar momentos propícios para que as crianças vivenciem experiências e façam descobertas. O autor sublinha a importância de planejar atividades na educação infantil que, além de atenderem aos interesses das crianças, respondam às suas necessidades. Desse modo, a educação matemática na infância deve ser intencionalmente educativa, sem perder de vista o lúdico (BRASIL, 2018).

Desse modo, acreditamos que, por meio de uma prática pedagógica intencionalmente planejada, o(a) professor(a) pode ajudar os alunos a desenvolverem processos mentais relacionados à combinatória, os quais podem ser conscientes ou inconscientes na

infância. Ao preparar cuidadosamente momentos que favoreçam a observação, investigação e formulação de hipóteses, o(a) professor(a) facilita a resolução de problemas, promovendo o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos envolvidos.

É comum que educadores, tanto na educação infantil quanto em outros níveis, se preocupem com a escolha dos materiais a serem utilizados em sala de aula, principalmente quando se trata de matemática para crianças. Ela é frequentemente vista como a mais desafiadora pelos alunos, o que eleva a preocupação dos professores (ZANON, 2019; 2011). Nesse cenário, o papel do professor é “[...] oferecer oportunidades para que as crianças realizem experiências e descobertas [...]” (LORENZATO, 2011, p. 1), enriquecidas pelo uso de materiais didáticos durante as aulas. Mas o que entendemos por material didático? Segundo Lorenzato (2012), “[...] material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem” (p. 18). Isso abrange uma vasta gama de recursos, desde simples pincéis até calculadoras, filmes, livros, jogos e computadores.

O material didático possui várias funções essenciais. Ele não só torna o ensino da matemática mais envolvente e acessível, como também ajuda a diminuir a ansiedade que muitos estudantes sentem em relação à matéria, o que costuma aumentar a dificuldade deles no que se refere ao aprendizado de determinados conceitos. Além disso, esse material pode potencializar o interesse dos alunos pela disciplina. Contudo, a escolha dele deve ser feita com atenção, levando em conta tanto sua utilidade prática quanto a maneira como se alinha com a metodologia de ensino adotada. Um material, por si só, não garante que o aprendizado será significativo.

Dessa forma, pensamos que o uso de material didático adequado pode aproximar a matemática da realidade das crianças, além de estimular o desenvolvimento do raciocínio combinatório. Afinal, como afirma Kaplún (2003), “[...] um material educativo não é apenas um objeto que proporciona informação, mas sim, algo que facilita ou apoia o desenvolvimento de uma experiência de aprendizado, isto é, uma experiência de mudança e enriquecimento

em algum sentido [...]” (KAPLÚN, 2003, p. 1).

Segundo Kaplún (2003), a criação de um material educacional deve ser guiada e avaliada ante três eixos principais: o primeiro é o conceitual, que envolve os fundamentos teóricos e as ideias que o material pretende transmitir; o segundo é o pedagógico, que trata da forma como essas ideias serão comunicadas aos alunos, professores e gestores, de modo a fomentar reflexões sobre o tema em questão; por fim, o terceiro é o comunicacional, que se concentra na escolha da linguagem e dos artefatos de apresentação/ilustração, assegurando que a mensagem seja efetivamente recebida e compreendida, promovendo, assim, o aprendizado.

Esses eixos levaram-nos a desenvolver uma pesquisa de natureza teórico-empírica no intuito de buscarmos aprofundamento teórico e metodológico mediante um movimento de estudo contínuo e coletivo. Assim, o empírico é entendido para além da observação passiva da realidade, mas sustentado em experiências concretas de desenvolvimento humano, que, assim, nos possibilitam sistematizar e validar a teoria. A vivência empírica permitiu-nos planejar como deveria ser um material educativo que, ao envolver a ideia de tarefas específicas (ZANON, 2019) de arranjo simples pautadas em questões emergentes do contexto, fosse utilizado por professores, ao trabalharem intencionalmente com o desenvolvimento do raciocínio combinatório na infância. Aqui, tarefas específicas são entendidas como um conjunto de atividades “[...] elaboradas para desvelar imagens conceituais. Possuem um conceito matemático específico subjacente e, por isso, impulsionam a emissão de uma resposta em que o conceito é evidenciado por meio de definições, atributos, representações (verbais, visuais e/ou pictóricas) como parte da imagem conceitual do estudante” (ZANON, 2019, p. 119).

Em continuidade às discussões aqui evidenciadas, apresentamos a seguir o material educativo intitulado “O raciocínio combinatório na infância”. Ele foi cuidadosamente elaborado com base nos princípios previamente discutidos, com o objetivo de criar um ambiente de aprendizagem que promova o

desenvolvimento dos estudantes em relação ao desenvolvimento do raciocínio combinatório. A proposta é articular os conhecimentos matemáticos com as experiências cotidianas e práticas lúdicas, garantido o direito de aprendizagem das crianças.

3 Sobre o material educativo “O raciocínio combinatório na infância”

Além de oferecer uma proposta para o trabalho com a matemática, o material tem como meta contribuir para a formação de professores. Ele fornece subsídios práticos para o trabalho com a matemática na educação infantil e nos primeiros anos do ensino fundamental, possibilitando que docentes o implementem em sala de aula. Ademais, o material estimula a reflexão sobre diferentes abordagens metodológicas, no intuito de aprimorar a atuação docente, tornando o trabalho educativo mais intencional, consciente e socialmente comprometido. Dessa forma, o material busca, desde a educação infantil, introduzir problemas de enumeração e contagem que explorem o raciocínio combinatório, transformando algumas teorias estudadas em práticas pedagógicas concretas.

Esse material educativo vai além de ser apenas um recurso auxiliar, constituindo-se como uma ferramenta pedagógica que, quando utilizada adequadamente, pode transformar a experiência de aprendizagem. Ele torna o processo mais significativo e alinhado às necessidades e interesses das crianças. O material também foi projetado para ser flexível e adaptável às diferentes realidades escolares, permitindo que professores o utilizem conforme as especificidades de suas turmas. A seleção dos materiais e das atividades propostas foi guiada pelo equilíbrio entre desafio cognitivo e prazer em aprender, visando engajar as crianças e incentivá-las a explorar o mundo matemático de forma criativa e significativa. Por isso, o material educativo “O raciocínio combinatório na infância” busca oferecer às crianças experiências ricas em matemática, especialmente no que se refere ao desenvolvimento do raciocínio combinatório. O planejamento desse recurso foi fundamentado nas bases teóricas

evidenciadas ao longo do texto, incluindo o conceito de arranjos simples aplicado em contextos práticos e emergentes, conforme explorado por Kaplún (2003) e outros estudiosos que destacam a relevância do raciocínio combinatório no desenvolvimento infantil.

O processo de criação do material estendeu-se por cerca de dez meses, com a colaboração ativa de duas pesquisadoras e dois professores parceiros, que participaram de diálogos e reflexões para avaliar e aprimorar o conteúdo. O processo ordenou-se em uma sequência estruturada, envolvendo várias etapas interconectadas. Inicialmente, foi desenvolvida a tarefa específica 1, intitulada *“Uma terrível ameaça surge no planeta terra e nossos super-heróis precisam se reunir para lutarem contra ela!”*, que passou por diversas revisões e reflexões coletivas, nas quais as questões levantadas foram discutidas e solucionadas.

A narrativa e as indagações foram então reorganizadas e refinadas. O conteúdo foi submetido a uma análise crítica por outros professores e testado com crianças de 5 anos de familiares dos pesquisadores para avaliar a aplicabilidade das atividades. Em seguida, as estratégias de resolução foram documentadas detalhadamente e analisadas em termos de seu potencial para estimular o desenvolvimento do raciocínio combinatório. Após essa etapa, a história foi ilustrada e preparada para a publicação digital. A criação da tarefa específica 2, *“A jornada da emoção perdida”*, seguiu um processo semelhante, replicando as etapas anteriores. Por fim, ambas as tarefas passaram por revisões finais e ajustes para garantir a qualidade e coesão do material.

O material educativo foi organizado para ser acessível e funcional, contendo vários componentes essenciais. Inicialmente, foram criados capa, contracapa e sumário, com o objetivo de proporcionar uma navegação intuitiva e clara. Na “apresentação” do material, que contextualiza a origem da proposta, são mostrados alguns fundamentos teóricos que sustentam a proposta e um breve resumo das atividades que a compõem. Em seguida, a seção “o

Grupem³ e suas ações” apresenta o grupo de pesquisa do qual as autoras são colaboradoras. Nela, são destacadas as atividades e contribuições significativas do deste grupo para o campo da educação matemática. Além disso, mostra como o Grupem se dedica à pesquisa e ao desenvolvimento de práticas pedagógicas inovadoras, bem como o impacto dessas ações na docência e na melhoria do ensino de matemática. O objetivo é evidenciar a relevância e a influência das iniciativas do grupo na formação de professores e na qualidade do ensino por eles desenvolvido.

Logo adiante, no corpo do material educativo, existe uma seção nomeada de “um movimento lógico-histórico da análise combinatória”. Ela busca mostrar como a combinatória evoluiu ao longo da história em resposta a desafios práticos e teóricos. Assim, são destacadas contribuições importantes para o desenvolvimento desse campo e da maneira como o arranjo, entendido como sendo um agrupamento foi sistematizado, tornando-se viável para a resolução de problemas mais complexos em diversas áreas do conhecimento. A seguir, trazemos uma representação dessa primeira parte. Vejamos:

Figura 1 – Capa, contracapa e sumário do material educativo



Fonte: Arquivo das autoras, 2024.

3 Grupo de Pesquisa em Práticas Pedagógicas de Matemática [Grupem]. O acesso ao site do Grupem é feito através do link: <https://site.ifes.edu.br/grupem/>.

Como já dito, o material inclui duas tarefas específicas, projetadas para explorar o desenvolvimento do raciocínio combinatório de forma envolvente e acessível para as crianças. Cada tarefa foi desenvolvida para estimular a criatividade e a capacidade de resolver problemas matemáticos através de cenários lúdicos, que refletem tanto situações do cotidiano quanto universos imaginários. Sobre isso, e tomando como exemplo a tarefa específica 2, é importante ressaltarmos que ao ser intitulada de “A Jornada da Emoção Perdida”, apresenta um cenário fictício em que os emojis da cidade Emojolândia precisam organizar-se para encontrar a Tristeza, que fugiu para as Cavernas da Rejeição. A narrativa envolve as crianças em uma aventura na qual a Alegria deve passar por três locais distintos: as Montanhas de Dúvida, os Oceanos de Incerteza e as Florestas de Espanto. As crianças são desafiadas a explorar as diferentes organizações possíveis para escolher a ordem dos locais a serem visitados, com o objetivo de desenvolver sua compreensão sobre a importância da ordem nessas organizações, utilizando um cenário divertido e familiar.

Essa tarefa também inclui um segundo desafio, em que os emojis Alegria, Tristeza, Raiva e Vergonha precisam organizar-se em diferentes funções durante uma missão de resgate. As crianças devem decidir de quantas maneiras distintas os emojis podem ser organizados para realizar suas tarefas, promovendo o raciocínio lógico e a capacidade de visualizar diferentes cenários, enquanto praticam a contagem envolvendo a ideia de arranjos simples. Essa tarefa permite que as crianças apliquem conceitos matemáticos de forma prática, fortalecendo seu entendimento sobre combinatória e a importância da colaboração entre diferentes emoções para alcançar um objetivo comum. A seguir, mostra-se como a tarefa específica 2 foi organizada.

Figura 2 – Tarefa específica 2



Fonte: Arquivo das autoras, 2024.

Além disso, o material oferece orientações para o trabalho docente, com diretrizes detalhadas para a implementação das atividades. Vejamos:

Figura 3 – Orientações para o trabalho docente



Fonte: Arquivo das autoras, 2024.

Essas orientações incluem sugestões de abordagem, além de resoluções comentadas e ilustradas das questões matemáticas apresentadas (ver Figuras 4 e 5). Cada atividade é acompanhada por uma formalização dos conceitos abordados, ajudando os(as) professores(as) a conectarem a prática com a teoria matemática subjacente.

Figura 4 – Resoluções comentadas e ilustradas das questões da atividade A

- O que aconteceria com a Tróia? (Ela foge da Enxurrada porque se sente apalçada por achar que os bruxos andariam com. Pensava que viriam gritando dela e, por isso, foi para um lugar escondido chamado Caverna da Raposa.)
- Quão alto a floresta que a Alegria vai para encontrar a? (As Montanhas de Divida, os Ocasos de Incertezas, e a Floresta da Espanto.)
- Por que essas lugares são importantes para encontrar a Tróia? (Porque as Cavernas da Raposa, lugar em que a Tróia se escondeu, eram muito adivas de encontrar. Então, para conseguir chegar até elas, era preciso passar pelas três locas - Montanhas de Divida, pelos Ocasos de Incertezas e pela Floresta da Espanto.)

Essas perguntas ajudam os crianças a refletir sobre a narrativa e a compreender os desafios enfrentados pela Alegria.

Atividade A: Explorando os trajetos da Alegria

1. Introdução:

Imagine que a(a) professor(a) explica as crianças que a Alegria precisa visitar três locais específicos: as Montanhas de Divida, os Ocasos de Incertezas e a Floresta da Espanto, para chegar até os Cavernas da Raposa.

2. Materiais:

Visitar cartões ou desenhos representando os quatro locais (Montanhas de Divida, Ocasos de Incertezas, Floresta da Espanto, Cavernas da Raposa) e os enjos.

Legenda que ajuda tanto para facilitar a identificação pelas crianças.

LOCAL DE SAÍDA	PRIMEIRA PARADA	SEGUNDA PARADA	LOCAL DE CHEGADA
MONTANHAS DE DIVIDA	OCCASOS DE INCERTEZA	ALVETES DE ESPANTO	CAVERNAS DA RAPOSA
MONTANHAS DE DIVIDA	ALVETES DE ESPANTO	OCCASOS DE INCERTEZA	CAVERNAS DA RAPOSA
OCCASOS DE INCERTEZA	MONTANHAS DE DIVIDA	ALVETES DE ESPANTO	CAVERNAS DA RAPOSA
OCCASOS DE INCERTEZA	ALVETES DE ESPANTO	MONTANHAS DE DIVIDA	CAVERNAS DA RAPOSA
ALVETES DE ESPANTO	MONTANHAS DE DIVIDA	OCCASOS DE INCERTEZA	CAVERNAS DA RAPOSA
ALVETES DE ESPANTO	OCCASOS DE INCERTEZA	MONTANHAS DE DIVIDA	CAVERNAS DA RAPOSA

Nesse processo de organização, é importante que a(a) professor(a) vá questionando as crianças, estimulando-as a refletir sobre as diferentes organizações possíveis. Seguem as seguintes perguntas:

- Quanto locais a Alegria tem disponível para escolher e começar sua jornada? (Especie-se o tipo: três locais) Quão alto a? (Montanhas de Divida, Ocasos de Incertezas e Floresta da Espanto.)
- Depois que a Alegria escolher a local de saída, quantos trajetos disponíveis para a primeira parada? (Desaje-se quantos trajetos de tipo dois locais) Quão alto a? (Resposta aberta, pois vai

3. Desdobramento:

- Para as crianças que organizem os cartões ou desenhos dos quatro locais listando todos as organizações possíveis e sempre terminando na Caverna da Raposa.
- Liste e registre as diferentes opções de trajeto.
- Discuta sobre a ordem das visitas: quantos trajetos há para a primeira parada (há), para a segunda (há) e para a terceira (não).
- Invista as crianças a dramatizar o percurso da Alegria usando fantasias, máscaras ou puppets.
- Utilize bonecos ou figuras recortadas para ajudar na visualização dos diferentes trajetos.

4. Realização e comentários para a(a) professor(a):

No cenário, a primeira situação matemática apresentada o seguinte enunciado: "Alegria, você precisa passar por todos as três locas para encontrar a Tróia nas Cavernas da Raposa. Cade as três locas... as Montanhas de Divida, os Ocasos de Incertezas e as Florestas da Espanto - deve ser visitado uma única vez. Você pode escolher começar por qualquer um, mas precisa decidir a sequência completa antes de partir. Pense bem, pois a ordem que você escolher para visitá-las pode influenciar a sua jornada! Se a Alegria deve passar por todas as locas para encontrar a Tróia nas Cavernas da Raposa, de quantas maneiras distintas ela pode construir esse caminho? Quantas são elas?"

As crianças sobre a(a) professora (tem 3) é importante que a(a) professora pergunte às crianças de quantas maneiras distintas a Alegria pode organizar os trajetos para visitar as três locas. Para explorar as crianças possíveis, a(a) professora deve começar listando e registrando as opções. Use cartões ou desenhos dos quatro locais e peça às crianças que as organizem de todas as formas possíveis. É relevante discutir com elas que o local

de saída e o de parada podem ser alternados, mas que o local de chegada é sempre fixo (as Cavernas da Raposa). Sugere-se que a(a) professora faça mais de um cartão para que as possibilidades sejam listadas e a Alegria é notada, pois as crianças observam se elas são iguais ou diferentes.

Depois a atividade, oriente as crianças para pensarem sobre a ordem em que a Alegria pode visitar cada local. Por exemplo, se a Alegria começar pelas Montanhas de Divida, qual seria as opções para as locas seguintes? Discuta com as crianças quantos locais a Alegria precisa visitar (há) e quantas opções ela tem para escolher, por exemplo, a primeira parada (há) e a segunda (não).

Para ampliar o entendimento, incentive as crianças a dramatizar a aventura vivida pela Alegria na busca por locais diferentes em ordem distintas, não pode ser feito com fantasias, máscaras ou cartões que representem as locas e as personagens. Utilize bonecos ou figuras recortadas para que as crianças possam se organizar as opções, visualizando, assim, as diversas possibilidades. Discuta com as crianças sobre como cada trajeto pode ser escolhido e quantas opções elas têm disponíveis para isso. Para auxiliar as crianças a entender e resolver esse desafio, sugere-se que seja feita uma listagem das possíveis sequências em que a Alegria pode visitar os locais. O(a) professora pode utilizar o quadro ou representações visuais, como desenhos dos locais ou dos enjos, para tornar a atividade mais contextual e envolvente.

Organizando as visitas de Alegria às Montanhas de Divida, os Ocasos de Incertezas e as Florestas da Espanto em um quadro de possibilidades, temos:

b) Se a local de saída continuar sendo as Montanhas de Divida, qual das locas poderia ser escolhida para a primeira parada para formar uma configuração diferente da anterior? As Florestas da Espanto? (qual poderia ser a local de segunda parada?) Os Ocasos de Incertezas. Esta seria uma outra configuração!

LOCAL DE VISITA	PRIMEIRA PARADA	SEGUNDA PARADA	LOCAL DE DESTINO
MONTANHAS DE DIVIDA	OCCASOS DE INCERTEZAS	ALVETES DE ESPANTO	CAVERNAS DA RAPOSA

c) E agora, se a local de saída for nos Ocasos de Incertezas, quantos trajetos poderia ser escolhidos para a primeira parada? (qual poderia ser a local de segunda parada?) Considerando que a local de saída não são Ocasos de Incertezas e a primeira parada no Montanhas de Divida, qual seria a local de segunda parada? As Florestas da Espanto?

LOCAL DE VISITA	PRIMEIRA PARADA	SEGUNDA PARADA	LOCAL DE DESTINO
OCCASOS DE INCERTEZAS	MONTANHAS DE DIVIDA	ALVETES DE ESPANTO	CAVERNAS DA RAPOSA

d) Se a local de saída continuar sendo nos Ocasos de Incertezas, qual das locas poderia ser escolhida para a primeira parada para que tenhamos uma configuração diferente da anterior? As Florestas da Espanto? (qual ficaria sendo a local de segunda parada?) As Montanhas de Divida?

LOCAL DE VISITA	PRIMEIRA PARADA	SEGUNDA PARADA	LOCAL DE DESTINO
OCCASOS DE INCERTEZAS	ALVETES DE ESPANTO	MONTANHAS DE DIVIDA	CAVERNAS DA RAPOSA

LOCAL DE VISITA	PRIMEIRA PARADA	SEGUNDA PARADA	LOCAL DE DESTINO
MONTANHAS DE DIVIDA	OCCASOS DE INCERTEZAS	ALVETES DE ESPANTO	CAVERNAS DA RAPOSA

a) Se a local de saída for nas Florestas da Espanto, quantas opções estão disponíveis para a primeira parada? (Quão alto a? (Desa as Montanhas de Divida e os Ocasos de Incertezas. Não, se a local de saída forem as Florestas da Espanto e a primeira parada ocorrer nas Montanhas de Divida, qual seria a local de segunda parada? Os Ocasos de Incertezas.

LOCAL DE VISITA	PRIMEIRA PARADA	SEGUNDA PARADA	LOCAL DE DESTINO
ALVETES DE ESPANTO	MONTANHAS DE DIVIDA	OCCASOS DE INCERTEZAS	CAVERNAS DA RAPOSA

f) Se a local de saída continuar sendo nas Florestas da Espanto e a primeira parada ocorrer nos Ocasos de Incertezas, qual seria a local de segunda parada? As Montanhas de Divida?

LOCAL DE VISITA	PRIMEIRA PARADA	SEGUNDA PARADA	LOCAL DE DESTINO
ALVETES DE ESPANTO	OCCASOS DE INCERTEZAS	MONTANHAS DE DIVIDA	CAVERNAS DA RAPOSA

Nesse contexto, e pensando na combinação, o desafio apresentado para as personagens Alegria é caracterizado como um

problema de arranjo simples. Esta, como já dito na Tarefa 1 (Jogo da Tróia) arranjo surge no plano Tarefa e ocorre quando há um processo de escolha para formar um grupo (isto é, se refere à organização de um conjunto de elementos cujo orden em que os elementos são feitos gera outros e novas possibilidades. Por isso, o orden importa! Para resolver esse grupo, a Alegria deve determinar em qual ordem ela visitará os locais, visto que cada um deve ser visitado uma única vez. Em combinação, o orden não importa! Para resolver esse grupo, a Alegria deve determinar em qual ordem ela visitará os locais, visto que cada um deve ser visitado uma única vez.

- a) é o número total de locais e
 - b) é o número de locais disponíveis para cada uma das opções (local de saída, primeira e segunda parada).
- Para a Alegria, não significa escolher o número de maneiras distintas de organizar a sequência das suas paradas pelos Ocasos de Incertezas, Montanhas de Divida e Florestas da Espanto. Considerando que qualquer um dos enjos pode ocupar as diferentes paradas (local de saída, primeira e segunda parada, pois a local de chegada é fixa), o número de arranjos possíveis será:

$$A_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$A_{3,3} = \frac{3!}{(3-3)!}$$

$$A_{3,3} = \frac{3!}{0!}$$

$$A_{3,3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1}$$

$$A_{3,3} = 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$A_{3,3} = 6$$

No entanto, diferentemente da Tarefa 1, aqui todos os elementos do conjunto dado (os locais) são usados na formação de uma e outra permutação (Zanon, 2019). Dessa modo, são consideradas essas particularidades de arranjos simples, por isso, resolve-se o nome de permutação simples, que "são agrupamentos ordenados em que se consideram o p" (Zanon, 2019, p. 140). Assim, "o valor de n refere-se a número de elementos distintos do conjunto, diferentemente de j" (Zanon, 2019, p. 140). No caso em questão, queremos encontrar o número de permutações possíveis para que a Alegria visite os três locais, para chegar até as Cavernas da Raposa. Nesse jogo, temos:

$$P(n, n) = n!$$

Aqui, $n = 3$, pois temos três locais distintos. Então:

$$P(3, 3) = 3!$$

$$P(3, 3) = 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$P(3, 3) = 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$P(3, 3) = 6$$

Portanto, a Alegria pode planejar sua jornada por meio de seis maneiras distintas de organização de locais. Cada arranjo/permutação representa uma possível sequência ordenada em que ela pode visitar os locais para chegar até as Cavernas da Raposa e encontrar a Tróia.

dessa prática no desenvolvimento das habilidades matemáticas das crianças ao longo de sua trajetória escolar.

4 Considerações finais

Ao longo deste artigo, foi destacada a importância de uma abordagem planejada e intencional para o trabalho com a matemática na educação infantil, com ênfase na combinatória. Embora o raciocínio combinatório esteja presente nas atividades cotidianas das crianças, sua exploração sistemática na educação infantil ainda é limitada, principalmente devido à falta de formação dos professores. Esse cenário reforça a necessidade de iniciativas que promovam a formação continuada, capacitando-os a incorporar a combinatória, entre outros conceitos, em suas práticas pedagógicas.

O material educativo “O raciocínio combinatório na infância,” desenvolvido na perspectiva da atividade orientadora de ensino (AOE), foi proposto neste artigo como uma possibilidade que pode auxiliar os professores na tarefa de introduzir a combinatória de forma lúdica e significativa, desde os primeiros anos de escolarização. Esse material visa tanto preencher a lacuna na formação docente quanto promover o desenvolvimento do raciocínio combinatório das crianças, alinhando-se com a ideia de que o professor desempenha um papel essencial como mediador no processo de escolarização formal.

Ao refletirmos sobre a prática pedagógica e sua relação com a matemática, especialmente a combinatória, reafirmamos a necessidade de uma formação docente que seja contínua e voltada para as necessidades reais da sala de aula. A intenção é que, com o apoio de material didático adequado e metodologias alternativas, os professores possam ajudar as crianças a desenvolverem bases para um pensamento matemático mais sólido e relacional.

Assim, conclui-se que o desenvolvimento do raciocínio combinatório na educação infantil é não apenas possível senão necessário. Ademais, a formação continuada dos professores e o

uso de material didático intencionalmente planejado são, portanto, elementos essenciais para alcançar esse objetivo, permitindo que as crianças se apropriem de conhecimentos matemáticos de maneira significativa e lúdica, desde os primeiros anos.

Referências

ARAÚJO, E. S. Matemática e infância no “Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil”: um olhar a partir da teoria histórico-cultural. **Zetetiké**, Campinas/SP, v. 18, n. 33, p. 137-172, jan./jun., 2010. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646696>. Acesso em: 23 ago. 2024.

ASBAHR, F. da S. F.; MEIRA, M. E. M. Crianças desatentas ou práticas pedagógicas sem sentido? Relação entre motivo, sentido pessoal e atenção. **Nuances**: estudos sobre Educação, Presidente Prudente/SP, v. 25, n. 1, p. 97-115, jan./abr. 2014. Disponível em: <https://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/2735/2520>. Acesso em: 23 ago. 2024.

BORBA, R. E. de S. R. Antes que seja tarde: aprendendo combinatória desde o início da escolarização. **Em Teia**: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 7, n. 1, p. 1-17, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/article/view/3883/pdf>. Acesso em: 23 ago. 2024.

BORBA, R. E. de S. O raciocínio combinatório na educação básica. In: 10º Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM. **Anais...** Salvador, 2010. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B3nOb_rG1DUHaHd2YVBKVLlRVm8/view>. Acesso em: 03 ago. 2022.

BRASIL. **Base nacional comum curricular**. Ministério da Educação. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 25 ago. 2024.

BRASIL. **Diretrizes curriculares nacionais para educação básica**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file>. Acesso em: 25 ago. 2024.

BRASIL. **Diretrizes curriculares nacionais para a educação infantil**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC/SEB, 2010. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/diretrizescurriculares_2012.pdf. Acesso em: 23 ago. 2024.

FACCI, M. G. A escola é para poucos? A positividade da escola no desenvolvimento psicológico dos alunos em uma visão Vygotskyana. **Psicologia Política**, v. 10, n. 20, p. 315-328, jul./dez., 2010.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

KAPLÚN, Gabriel. Materiais educativos: experiência de aprendizado. **Revista Comunicação & Educação**, 2003. Disponível em: <<https://www.revistas.usp.br/comueduc/article/view/37491/40205>>. Acesso em: 20 mar. 2023.

LEONARDO, P. P.; MIARKA, R.; MENESTRINA, T. C. A importância do ensino da matemática na educação infantil. I **Simpósio Educação Matemática em Debate**, Joinville-SC, set., 2014.

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. (Org.). **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Tradução de Maria da Pena Villalobos. 11ª ed. São Paulo: Ícone, 2010, p. 59-84.

LORENZATO, S. **Educação infantil e percepção matemática**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2011.

MAHONEY, A. A.; ALMEIDA, L. R. Afetividade e processo ensino-aprendizagem: contribuições de Henri Wallon. **Psicologia**

da educação, São Paulo/SP, v. 20, p. 11-30, 2005. Disponível em: <https://pepsic.bvsalud.org/pdf/psie/n20/v20a02.pdf>. Acesso em: 20 ago. 2024.

MONTEIRO, G. F. **Localização e literatura**: tarefa de formação continuada com professores da educação infantil. 2022. 58f. Monografia (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória. Disponível em: <https://repositorio.ifes.edu.br/handle/123456789/1787>. Acesso em: 20 ago. 2024.

MONTEIRO, P. As crianças e o conhecimento matemático: experiências de exploração e ampliação de conceitos e relações matemáticas. *In*: Anais do I Seminário Nacional: currículo em movimento. **Perspectivas Atuais**, Belo Horizonte/MG, p. 1-17, nov., 2010. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2010-pdf/7160-2-8-criancas-ccomhecimento-priscila-monteiro/file>. Acesso em: 20 ago. 2024.

MOURA, M. O. de; ARAÚJO, E. S.; RIBEIRO, F. D.; PANOSSIAN, M. L.; MORETTI, V. D. A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. *In*: MOURA, M. O. de. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Líber livro, 2010, p. 81-109.

MOURA, M. O. de; ARAÚJO, E. S.; SERRÃO, M. I. B. Atividade orientadora de ensino: fundamentos. **Linhas Críticas**, Brasília/DF, v. 24, p. 411-430, 2019. Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/19817/20627>. Acesso em: 20 ago. 2024.

MOURA, M. O. de. Matemática na infância. *In*: MIGUEIS, M.; AZEVEDO, M. G. (org.). Educação Matemática na infância: abordagens e desafios. Vila Nova de Gaia/Portugal: Gailivros, 2007. p. 40-63.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, Rio Claro: São Paulo, v. 11, n. 12, 1997. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10647/7034>. Acesso em: 15 ago.

2024.

OLIVEIRA, D. C. de; KOTTEL, A. Determinantes comportamentais e emocionais do processo ensino-aprendizagem. **Caderno Intersaberes**, v. 5, n. 6, p. 1-12, jan./dez., 2016.

PALMA, R. C. D. da. **A produção de sentidos sobre o aprender e ensinar matemática na formação inicial de professores para a educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental**. 2010. 204f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas. Disponível em: <https://hdl.handle.net/20.500.12733/1612824>. Acesso em: 3 out. 2024.

SILVA, A. de C. **O uso de material manipulativo e a produção de desenhos no desenvolvimento do raciocínio combinatório na educação infantil**. 2019. 140f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/34277>. Acesso em: 23 ago. 2024.

SILVA, J. C. T. da. **Um estudo de combinatória com alunos de 5º ano do ensino fundamental**. 2019. 345f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória. Disponível em: <https://repositorio.ufes.br/handle/10/11215>. Acesso em: 23 ago. 2024.

TULESKI, S. C.; EIDT, N. M. Repensando os distúrbios de aprendizagem a partir da psicologia histórico-cultural. **Psicologia em Estudo**, Maringá, v. 12, n. 3, p. 531-540, set./dez. 2007.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 4ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

ZANON, T. X. D. **Imagens conceituais de combinatória no ensino superior de matemática**. 2019. 332f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação,

Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória. Disponível em: http://portais4.ufes.br/posgrad/teses/tese_13491_TESE%20Thiarla%20-%20%20FINAL%2001-05%20para%20IMPRESS%C3O.pdf. Acesso em: 24 ago. 2024.

ZANON, T. X. D. **Formação continuada de professores que ensinam matemática: o que pensam e sentem sobre ensino, aprendizagem e avaliação.** 2011. 300 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória. Disponível em: <https://repositorio.ufes.br/server/api/core/bitstreams/e6c2e87f-4529-44b0-b415-85296782cc38/content>. Acesso em: 24 ago. 2024.

Saberes Estatísticos em uma Pesquisa de Opinião: Um Método em uma Revisão da Literatura

Bruna Ferreira Lopes¹

Cristimara Rodrigues de Castilho²

Chang Kuo Rodrigues³

1 Introdução

A partir da década de 1970 e 1980, a sociedade se informatizava e a Estatística adquire valor de destaque na formação científica e ética de seus cidadãos (Silva; Curi; Schimiguel, 2017). No entanto, há pesquisas que indicam que as pessoas ainda têm dificuldades em conceitos estatísticos fundamentais, tais como população e amostra, variabilidade, medidas de tendência central, medidas de dispersão e inferência estatística (Batanero, 2013). Uma possível explicação para esse paradoxo seria o ensino da Estatística, enfatizando fórmulas e definições sem observar a importância da aplicação de atividades que exijam interpretação e dados contextualizados. Dessa forma, reflexões sobre como avançar em relação a esse cenário têm sido frequentemente discutidas por

1 Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal de Goiás - UFG. É discente do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática - PPGEM, pela Universidade Federal de Juiz de Fora. E-mail: bruferlopes@hotmail.com

2 Doutoranda no Programa de Pós-graduação da Universidade Federal de Juiz de Fora. E-mail: cristimaracastilho@gmail.com

3 Possui doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2009). Atualmente é docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora nos cursos de Mestrado e Doutorado Profissional. E-mail: changkuockr@gmail.com

educadores e pesquisadores no Brasil e no mundo. Uma alternativa apontada pelas pesquisas na área, seria o ensino por meio da Educação Estatística que:

Procura aliar o desenvolvimento de competências como a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico ao uso de dados contextualizados e de recursos tecnológicos, objetivando evidenciar a interpretação dos dados e os resultados das análises em contraponto a simples manipulação de fórmulas por meio de cálculos complexos. (Silva; Curi; Schimiguel, 2017, p. 680)

Nesse contexto, a Conferência de Estudo Conjunto entre a *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) e a *International Association for Statistical Education* (IASE), realizada em Monterrey em 2008, objetivou não só apontar caminhos para melhorar a alfabetização estatística dos jovens estudantes no mundo todo, bem como conscientizar sobre os desafios relacionados ao treinamento e suporte aos professores que ensinam Estatística (Batanero, 2008).

No âmbito nacional, nos últimos anos, a pesquisa em Educação Estatística tem se fortalecido, principalmente dado ao crescente número de produções do Grupo de Trabalho GT-12: Educação Estatística, pertencente à Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

A inclusão do ensino de Estatística à estrutura curricular da disciplina de Matemática é recente, iniciando-se no final da década de 1990, primeiramente por meio da reformulação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – Lei no 9.394/1996 (Brasil, 1996) – e, em seguida, com a proposição dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 2017; Pontes; Castro, 2021). Já em 2018 foi implantada a Base Nacional Comum Curricular-BNCC (Brasil, 2018), um documento que firmou na Educação Básica em todo o território brasileiro.

Segundo (2021), em relação ao componente curricular de Matemática, a BNCC foi uma nova construção curricular em que se observou uma ausência de perspectivas metodológicas quando comparada aos PCN. Por outro lado, foram formuladas

de modo a promover um ensino mais dinâmico e sistemático. Sendo assim, a BNCC, por apresentar-se como um currículo de caráter mais prescritivo, tem levado muitos professores a basear suas metodologias apenas por meio da sua formação inicial e/ou continuada.

Em nível internacional, ainda conforme Batanero, Burrill, Reading e Rossman (2008), a Conferência de Estudo Conjunto apontou que nos últimos anos a Estatística tem sido incluída nos currículos escolares desde a infância e em diferentes países. A propósito, o Ministério da Educação (Brasil, 2018) orienta que as habilidades relacionadas à Estatística, presentes no currículo da Matemática, sejam ministradas a partir dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em consonância com a apropriação da língua materna.

A Educação Estatística, por meio de análises exploratórias, busca desenvolver formas críticas de entendimento da realidade em relação às informações que são rotineiramente apresentadas, considerando tanto as motivações por trás desses dados quanto a análise do tratamento que possam ter recebido. Definitivamente os números não são neutros e, aprender a lidar com informações no dia-a-dia de forma crítica, reflexiva e participativa, requer o contato com metodologias que oportunizem diferentes cenários de aprendizagem.

Nesse contexto, as pesquisas educativas de opinião, baseadas no programa Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião - NEPSO, conforme aponta Oliveira (2020), por estarem em harmonia com projetos de aprendizagem e projetos de investigação, proporcionam não apenas a obtenção de conhecimentos estatísticos, mas também o desenvolvimento de habilidades e competências essenciais para o ‘exercício pleno da cidadania’ que, de acordo com Lopes (2008), a escola tem como tarefa oportunizar.

Assim, considerando esses aspectos, esta Revisão Sistemática de Literatura - RSL visa buscar as pesquisas realizadas no Brasil sobre o desenvolvimento de pesquisa educativa de opinião,

especificamente baseados no programa NEPSO, direcionados aos Anos Finais do Ensino Fundamental e ao Ensino Médio. A base de dados escolhida para busca é o *Google Acadêmico*, cobrindo o período de 2018 a 2023.

2 Procedimentos metodológicos da investigação

Neste trabalho utilizamos a metodologia da Revisão Sistemática da Literatura - RSL com o objetivo de identificar e selecionar as publicações relativas ao desenvolvimento de pesquisas educativas de opinião, nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. De acordo com Paula, Rodrigues e Silva (2016, p. 56), “uma revisão sistemática da literatura é um dos meios existentes para identificar, avaliar e interpretar toda pesquisa pertinente a uma pergunta de pesquisa em particular”. Além disso,

Para que uma Revisão Sistemática de Literatura seja bem executada é preciso uma questão de pesquisa bem formulada, definição de critérios de inclusão e exclusão para que a revisão possa ser considerada de qualidade e, assim, possibilite que outros pesquisadores aproveitem-se dela para gerar novas pesquisas. (Pereira; Rodrigues; Souza, 2020, p. 5)

Tendo em vista os objetivos dessa RSL, obteve-se a seguinte questão norteadora: **De que forma a Educação Estatística, por meio de uma pesquisa de opinião, pode contribuir para uma reflexão crítica quanto ao uso desmedido das mídias digitais?** Com efeito, a partir dessa questão, foram delineados os critérios apresentados no Quadro 1 para inclusão de estudos, neste caso, a seleção de fonte, palavras-chave, idioma, *string* de busca, tipos de publicações e critérios de inclusão.

Quadro 1- Critérios para a Revisão Sistemática

Critério	Descrição
Seleção de fonte	Será fomentada no <i>Google Acadêmico</i>
Palavras-chave	pesquisa de opinião, mídias digitais, nepso e educação estatística.
Idioma	Português
<i>String</i> de busca	‘pesquisa de opinião’ and ‘mídias digitais’ and ‘nepso’ and ‘educação estatística’
Tipos de publicações	Teóricos/bibliográficos, Estudos Experimentais e Estudo de Casos
Critérios de inclusão	Os estudos devem possuir resumo e texto completo disponível, devem ter relação com pesquisa educativa de opinião no Ensino Fundamental ou médio; terem sido publicados no período de 2018 a 2023; terem sido publicados em português.

Fonte: Adaptado de Scortegagna (2021)

Na etapa de identificação dos estudos primários, aplicou-se a *string* de busca na base de dados do *Google Acadêmico* no período de janeiro a fevereiro de 2024.

A escolha pelo repositório do *Google Acadêmico* deve-se à enorme quantidade de trabalhos indexados e disponibilizados gratuitamente, que inclui, por exemplo, a base de dados da *Scientific Eletronic Library Online* - SciELO que, além de ser considerada uma fonte com alto nível de qualidade, começou a indexar, desde 2012, estudos de um dos principais periódicos que aborda temas relacionados à Educação Matemática, neste caso, o Boletim de Educação Matemática - BOLEMA, que se destaca também pelo seu alto nível de qualidade conforme avaliação do Sistema *Qualis* da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES.

Ainda, a partir de combinações de termos derivados da pergunta inicial, foram utilizadas quatro palavras-chave para as

buscas: pesquisa de opinião, mídias digitais, nepso e educação estatística. Foram considerados os seguintes critérios de inclusão: a) dissertações e artigos completos relacionados à temática, disponíveis em acesso livre; b) publicações indexadas entre 2018 e 2023, neste caso, visando levantar estudos mais recentes; c) pesquisas educativas de opinião e d) estudos em língua portuguesa, com o objetivo abranger pesquisas no contexto da educação nacional. Por outro lado, foram excluídos Trabalhos de Conclusão de Curso - TCC, Teses, publicações anteriores a 2018, livros, capítulos de livros e trabalhos que não estivessem dentro do escopo da pesquisa.

3 Apresentação e análise de resultados

Após a aplicação das *strings* de busca, inicialmente encontramos 20 trabalhos. Com o objetivo de excluir trabalhos que não atendiam ao objetivo da RSL, foi realizada a leitura dos títulos e resumos, sendo assim, dispensados estudos alheios ao objetivo da pesquisa, monografias, livros, capítulos de livros, teses, análise de livros didáticos, artigos derivados, dissertações, que já se encontravam presentes na seleção, e estudos que, apesar de tratarem de assuntos relacionados à Educação Estatística, não abordavam a pesquisa de opinião, chegando-se então a dois estudos que efetivamente preencheram os critérios de seleção de resultados.

Desse modo, foi delineado o material que compõe o *corpus* dessa pesquisa, conforme o Quadro 2.

Quadro 2 - Estudos selecionados para leitura e análise a partir da RSL

Autor(a)/ Orientador(a)	Título do Trabalho	Ano	Repositório
Mendes (2022) / André Augusto Deodato	Uma experiência envolvendo professoras, professores e o programa ‘Nossa Escola Pesquisa sua Opinião’ (NEPSO): apropriações do uso pedagógico da pesquisa de opinião (dissertação)	2022	Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
Oliveira (2019) / Diogo Alves de Faria Reis	Letramento estatístico na educação básica: o uso de tecnologias digitais em pesquisas de opinião. (dissertação)	2019	Universidade Federal de Minas Gerais

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Seguindo o procedimento metodológico da Revisão Sistemática da Literatura, foi possível identificar e registrar as duas dissertações descritas no Quadro 2. No entanto, há um terceiro trabalho, defendido no final de 2023 e, portanto, não foi possível identificar pela RSL, mas possui grande relevância para a presente pesquisa, que é a dissertação de Alves (2023), conforme será abordada mais adiante.

O primeiro trabalho analisado foi a dissertação Mendes (2022), com o seguinte título “Uma experiência envolvendo professoras, professores e o programa ‘Nossa Escola Pesquisa sua opinião’ (NEPSO): apropriações do uso pedagógico da pesquisa de opinião’ e sob a orientação do Prof. Dr. André Augusto Deodato. O estudo encontra-se publicado no repositório da Universidade Federal de Ouro Preto.

Com o intuito de realizar uma pesquisa comprometida com a transformação da realidade social por meio da Educação

Estatística, Mendes (2022) buscou responder quais as possibilidades e limitações do programa Nepso para estimular a autonomia de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental em aulas de Matemática. Para tanto, seria realizada uma observação em uma sala de aula de Matemática do sétimo ano do Ensino Fundamental, no qual haveria o desenvolvimento de uma pesquisa de opinião com as orientações do programa NEPSO.

Contudo, devido ao cenário imposto pela pandemia da Covid-19 e o inviável acesso aos alunos no formato de ensino remoto adotado pela escola campo, o projeto sofreu alterações e o foco da investigação foi transferida para os professores. O novo objetivo da pesquisa de natureza qualitativa foi descrever e analisar as reverberações da pesquisa de opinião em uma experiência formativa, envolvendo um grupo de seis professores e professoras dos anos finais do Ensino Fundamental de uma mesma escola, que lecionavam diferentes componentes curriculares (dois de Língua Portuguesa, dois de Geografia e dois de Matemática).

A fim de avançar em relação a modelos de ensino em que o aluno assume uma postura passiva e buscando ressignificar o papel do professor, Mendes (2022) vislumbrou a pesquisa de opinião como uma potencial Metodologia Ativa, já que as etapas da pesquisa de opinião, desde a coleta de dados até a divulgação dos resultados, poderiam contribuir para o desenvolvimento da autonomia, reflexão, trabalho em equipe, inovação, professor atuando como mediador, aluno como centro do ensino e da aprendizagem, entre outras características que estão diretamente associadas às Metodologias Ativas.

Além disso, Mendes (2022) apontou que o trabalho pedagógico relacionado ao ensino de Estatística, por meio de uma pesquisa de opinião, dialoga com os PCN ao promover o desenvolvimento atitudinal nos estudantes, tratando os conhecimentos estatísticos de maneira significativa, assim como também é capaz de abranger as habilidades e competências destacadas na BNCC.

Ademais, Mendes (2022) conectou a pesquisa de opinião com a Educação Matemática Crítica, visto que a própria metodologia NEPSO incentiva os professores a deixarem de assumir uma postura de controladores do processo de ensino e de aprendizagem, auxiliando na ressignificação de suas abordagens e, assim, os docentes passam a atuar como mediadores num cenário em que os estudantes são incentivados a agir em relação a sua própria aprendizagem.

Importante relatar que, inicialmente, alguns professores – exceto de Matemática – afirmaram não ter habilidades suficientes para abordar esse componente curricular em suas aulas. No entanto, mediados pela pesquisadora, os professores construíram um percurso metodológico que foi capaz de levá-los não apenas a apropriação do uso pedagógico da pesquisa de opinião, por meio da metodologia do programa NEPSO, como também possibilitou uma experiência nova em relação ao conhecimento matemático e, em alguns casos, culminou em reflexões individuais sobre como poderiam aperfeiçoar suas práticas pedagógicas a partir daquelas vivências.

Nesse sentido, notou-se que a participação na pesquisa ampliou o olhar de alguns professores que vislumbraram formas de articular o conhecimento matemático aos seus próprios componentes curriculares, neste caso, Geografia e Língua Portuguesa. Dessa forma, um dos resultados da pesquisa foi promover o início de uma mudança na concepção de alguns professores, que passaram a ver a Matemática como um importante recurso pedagógico, capaz de promover inovação, contextualização de conhecimento e uma compreensão mais abrangente e holística, características essas fundamentais para lidar com a complexidade da vida moderna, que não raras vezes requer uma abordagem interdisciplinar.

A revisão do trabalho de Mendes (2022), além de nos apresentar a metodologia NEPSO, contribuiu para ratificar a importância de propor uma investigação científica com vistas ao seu impacto social. Inclusive há tempos que esse tipo de abordagem é fomentado por renomados educadores em todo o mundo, até

mesmo porque Mendes (2022) abordou criticamente as *fake news*.

De acordo com Batanero, Burrill, Reading e Rossman (2008), estudos mostram que o conhecimento estatístico dos professores desempenha um papel significativo na qualidade de seu ensino, no entanto, poucos professores tiveram formação adequada em Estatística. Logo, ao escolher uma abordagem significativa para os docentes envolvidos na pesquisa, Mendes (2022) contribuiu para refletirmos sobre a necessidade de ampliar a literacia estatística entre professores de diferentes componentes curriculares que, ao serem impactados, poderão influenciar suas próprias aulas, o que, por sua vez, contribuirá para a socialização de conhecimentos estatísticos.

O segundo trabalho selecionado tem como título “Letramento estatístico na educação básica: o uso de tecnologias digitais em pesquisas de opinião” (Oliveira, 2019) é uma dissertação orientada pelo Prof. Dr. Diogo Alves de Faria Reis do Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Minas Gerais.

Com vistas a uma Educação Estatística que promovesse aos alunos o desenvolvimento de uma cidadania crítica, reflexiva, questionadora e autônoma, Oliveira (2019) propôs uma pesquisa de natureza qualitativa com o objetivo investigar e analisar o uso de tecnologias digitais, contribuições e limitações, em um projeto educativo de pesquisa de opinião, baseada na metodologia do programa NEPSO. O interesse e a estruturação da pesquisa em torno desse objetivo, deram-se por três motivos: importância do desenvolvimento estatístico elementar, potencialidades do uso de tecnologias digitais, como *WhatsApp*, *Facebook* e *Excel*, na educação e a importância do programa NEPSO como metodologia para aplicação de uma pesquisa educativa de opinião.

A investigação teve como foco um processo de aprendizagem estatístico com 16 alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental e ocorreu no Colégio de Aplicação Centro Pedagógico da UFMG. Essa instituição da Educação Básica tem como destaque integrar ao currículo escolar dos alunos uma inovadora agremiação, intitulada

como Grupo de Trabalho Diferenciado - GTD, que surgiu como uma alternativa de organização dos tempos e espaços escolares. Neste caso, o pesquisador intitulou seu GTD como Tecnologias Digitais de Matemática. Durante 14 encontros realizados no laboratório de Informática da Faculdade de Educação da UFMG, desenvolveu uma pesquisa educativa de opinião baseada na metodologia NEPSO que, durante suas oito etapas, buscou dar concretude ao currículo de forma contextualizada e crítica, apresentando-se como uma possibilidade de produção coletiva de conhecimento sobre assuntos de interesses dos envolvidos.

A fim de oportunizar um trabalho cooperativo, os alunos foram organizados em quatro grupos, nomeados como Triângulo, Quadrado, Pentágono e Hexágono, não por acaso, composto por três, quatro, cinco e seis integrantes, respectivamente. Notou-se a participação ativa dos alunos em diferentes momentos da investigação tais como, escolha do tema, produção e seleção das questões de interesse, coleta e análise de dados, assim como também na etapa de divulgação dos resultados. Ao final, os docentes puderam constatar a importância das Tecnologias Digitais (*WhatsApp*, *Facebook* e *Excel*) para organizar, armazenar, operar e representar dados, além de constatar o valor dos conhecimentos estatísticos na leitura, interpretação e tomada de decisão em diferentes momentos do projeto e, dessa forma, contribuindo para ratificar o valor da Educação Estatística na “formação para o exercício de uma cidadania plena”.

Dessa maneira, a seleção da dissertação de Oliveira (2019) proporcionou um aprimoramento significativo em nossa compreensão da proposta e implementação da metodologia NEPSO como pesquisa educativa de opinião. Além disso, nos mostrou as potencialidades de se utilizar as Tecnologias Digitais para uma pesquisa educativa de opinião, que, além de automatizar os cálculos e os procedimentos, apresentam-se como ferramentas motivadoras enquanto os alunos buscam e produzem conhecimentos estatísticos.

É um fato que hoje, com o acesso à *internet*, os pesquisadores têm a sua disposição muitos recursos para localizar

textos pertinentes às suas pesquisas. No entanto, conforme ressalta Felizardo, Nakagawa, Fabbri e Ferrari (2017), a inclusão manual de estudos não deve ser negligenciada em um processo de revisão de literatura. Isso permite a inclusão de estudos relevantes que, por exemplo, ainda não estão indexados nas bases bibliográficas devido a questões meramente administrativas.

Por isso, a seguir, apresentaremos o trabalho de Alves (2023). Embora não esteja incluído entre os 20 resultados da busca realizada pela RSL, pelo fato de ter sido concluído no final de 2023 e, portanto, indisponível oficialmente, optamos por analisá-lo, pois apresenta uma proposta de investigação que adotou a Engenharia Didática como metodologia e procedimento metodológico. Portanto, sua análise servirá significativamente para validação desse modelo para a condução de uma pesquisa educativa de opinião.

A dissertação de Alves (2023) tem o seguinte título “Noções de Estatística para Sexto Ano do Ensino Fundamental: aprendizagem por meio de projeto” e foi apresentado em dezembro de 2023, no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF.

Ao reconhecer, por meio de uma revisão da literatura, que no contexto educacional, o ensino baseado na Pedagogia de Projetos promove um maior engajamento dos alunos na construção de novos conhecimentos, o estudo de Alves (2023), delineado por uma abordagem qualitativa e natureza descritiva, teve como objetivo principal identificar e compreender as contribuições que as implementações de um projeto educacional proporciona na construção de conhecimentos estatísticos para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

Nessa investigação, tanto a metodologia da pesquisa quanto o procedimento metodológico foram estruturados com aportes nos princípios da Engenharia Didática, que se caracteriza por ser uma metodologia específica para pesquisas relacionadas a questões didáticas e conteúdos matemáticos. Durante o seu desenvolvimento, essa metodologia contempla de forma eficaz as especificidades

de uma pesquisa qualitativa, tais como, o enfoque holístico e a flexibilidade. Além disso, dado a forma como as suas quatro fases estão conectadas, a metodologia da Engenharia Didática permite ao pesquisador estudar as dificuldades encontradas no processo de aprendizagem relacionadas a conteúdo específico.

Participaram da pesquisa dezoito alunos com idade entre 11 e 12 anos e regularmente matriculados em 2021, em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de ensino, no município de Leopoldina-MG. O projeto foi desenvolvido pelo pesquisador que também era professor efetivo na escola-campo. A investigação foi composta por dois blocos que contemplaram diferentes atividades, que foram associadas a temas de interesse e oportunizaram aos alunos a construção gradual de conhecimentos estatísticos.

Devido o momento pandêmico daquela época, o bloco 1, intitulado como Ideias sobre Estatística, precisou ocorrer de forma remota por meio da plataforma *Google Meet* e configurou-se como a fase das Análises Preliminares do procedimento metodológico da Engenharia Didática. Por outro lado, o bloco 2, intitulado Realizando Pesquisas Estatísticas, ocorreu nas semanas de aulas presenciais e teve como objetivo proporcionar aos alunos a compreensão dos processos que compõe uma investigação estatística, e reconhecer quais ferramentas seriam necessárias para a realização da pesquisa. Nesse bloco, a proposta de investigação contemplou as seguintes etapas do método estatístico: determinação do tema, planejamento e coleta de dados, apuração e organização de dados, apresentação de dados em gráficos e, como última etapa, a análise e interpretação dos dados.

Os resultados dessa investigação, que se basearam numa abordagem respaldada pela Pedagogia de Projetos e também sob a ótica da Engenharia Didática, revelaram que, ao longo de todo o processo, os alunos participaram ativamente e tiveram a oportunidade de compartilhar seus conhecimentos prévios, assim como também adquiriram, de forma simples e gradual, novos conhecimentos e habilidades recomendadas pela BNCC (Brasil,

2018), para o 6º ano do Ensino Fundamental, referentes à temática de Estatística.

A revisão do trabalho de Alves (2023) nos auxiliou a aprofundar os conceitos e os termos-chave relacionados à metodologia da Engenharia Didática. Também, por meio de diversos exemplos práticos, adicionou novos pontos de vista que foram úteis para o aprimoramento das quatro fases que compõe a implementação dessa abordagem como procedimento metodológico, mas não será abordada pelo fato de não ser o escopo deste artigo.

4 Considerações finais

Durante as análises dos estudos referentes à pesquisa de opinião baseadas na metodologia NEPSO, constatou-se que o ensino de Estatística é apresentado com vistas ao seu uso social, por meio de investigações em contextos reais e de interesse dos alunos. Conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2020), em numerosas experiências já empreendidas com o trabalho investigativo, os alunos têm mostrado realizar aprendizagens de grande alcance e desenvolver um grande entusiasmo pela Matemática e, nesse caso, em especial pela Estatística. Vale ressaltar que, ao optarmos por abordagens que contemplam problemas reais, “o discente costuma estar mais motivado para examinar, refletir e pode relacionar a sua história o que é investigado, resignificando suas descobertas” (Richartz, 2015, p. 298).

Da mesma forma, conforme Neves, Rodrigues, Bento, Maranhão e Neves Jr. (2017), abordagens que priorizam aprendizagens significativas por meio da descoberta, além de valorizar o aprender a aprender, acabam por atender às orientações da BNCC, que sugere a problematização de assuntos ligados aos desafios, conflitos e dilemas da vida moderna, com foco em desenvolver competências como o pensamento científico, o crítico e o criativo, igualmente contribuindo para o desenvolvimento de um repertório cultural.

Além disso, foi observado que, durante as investigações, os pesquisadores contaram com o auxílio de recursos tecnológicos. Nesse sentido, de acordo com Batanero, Burrill, Reading e Rossman (2008), as tecnologias desempenham um papel significativo no ensino e na aprendizagem de Estatística, permitindo que alunos e professores, em colaboração, construam modelos para descrever dados e geram diversas simulações exploratórias. Isso, por conseguinte, contribui para democratizar o domínio da análise de dados, habilidade que, por muito tempo, foi restrita aos Estatísticos.

Diante desse modelo teórico-metodológico, na RSL concluída, foram encontradas e relatadas apenas duas pesquisas relacionadas com o tema desta investigação, neste caso, o estudo de Mendes (2022) e o trabalho de Oliveira (2019). Na oportunidade, corroborando com este tema, foi providencial apresentar o trabalho de Alves (2023), alertando que não foi computado pela RSL porque a conclusão de seu trabalho foi em dezembro de 2023 e, portanto, inacessível a busca feita pela RSL.

Assim, retomando a proposta deste trabalho, tem-se que Mendes (2022) realizou uma investigação que, além de inserir a pesquisa educativa de opinião no âmbito da Educação Estatística, harmonizou os objetivos da sua pesquisa com as especificidades das Metodologias Ativas e da Educação Matemática Crítica, que juntas, preveem um professor mediador em um cenário em que o aluno é incentivado a agir em relação a sua própria aprendizagem.

Da mesma forma, a pesquisa de Oliveira (2019) avançou em relação a modelos únicos em que os alunos simplesmente repetem fórmulas. Em sua investigação, possibilitou aos docentes a aquisição de diferentes habilidades e competências específicas da metodologia NEPSO, que estão alinhadas aos objetivos tanto da Educação Matemática quanto da Educação Estatística que, em cooperação, buscam preparar os alunos para o exercício de cidadania.

Coadunando com o mesmo propósito, a pesquisa de Alves (2023) nos reforçou a importância em se criar cenários de

aprendizagem em que professores e alunos, numa perspectiva democrática, constroem experiências que avançam rumo a uma educação emancipatória, que é capaz, por meio do conhecimento, auxiliar os sujeitos a se encontrarem no mundo e, então, modificá-lo, em consonância com os princípios de Freire (2018).

Assim, em resposta à indagação que norteou esta Revisão Sistemática da Literatura, constatou-se que os estudos analisados compartilham o uso de pesquisas de opinião com abordagens colaborativas e significativas. Estas abordagens destacam a aquisição de conhecimentos tanto estatísticos quanto sociais, os quais são integrados em ambientes de aprendizagem onde ocorre uma redefinição tanto do papel do professor, que passa a desempenhar o de mediador e orientador, quanto dos alunos, que se encontram ativamente engajados em seu próprio processo de aprendizagem.

Por fim, esta constatação pode indicar a necessidade premente de novas investigações na área da Educação Estatística, com foco na pesquisa educativa de opinião, fundamentadas na metodologia NEPSO, e aplicadas no contexto das séries finais do Ensino Fundamental ou Ensino Médio.

Referências

ALVES, A. **Noções de Estatística para Sexto Ano do Ensino Fundamental:** aprendizagem por meio de projeto. Orientadora: Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigues. 2023. 152 f. Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Juiz de Fora-MG, 2023.

BATANERO, C. Sentido estadístico: componentes y desarrollo. In: CONTRERAS, J. M.; CAÑADAS, G. R.; GEA, M. M.; ARTEAGA, P. (Eds) **Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria**, 1., 2013, p. 55-61. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Disponível em: <<https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/>

Sentidoestad%C3%ADstico.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2024.

BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C.; ROSSMAN, A. Estudo Conjunto ICMI/ IASE: Ensino de Estatística na Matemática Escolar. Desafios para o Ensino e o Professor Educação. In: Estudo ICMI 18 e Mesa Redonda IASE 2008 Conferência. **Anais** [...] Monterrey, México: Comissão Internacional de Matemática Instrução e Associação Internacional para Educação em Estatística. 200. Disponível em: <www.stat.auckland.ac.nz>. Acesso em: 10 jan. 2024.

BRASIL. Presidência da República. Casa Civil. Subchefia para Assuntos Jurídicos. **Lei Nº. 9.394, De 20 De Dezembro De 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: <[BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Ensino de 1º a 4º série**. Brasília: MEC/SEF, 1997.](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm#:~:text=L9394&text=Estabelece%20as%20diretrizes%20e%20bases%20da%20educa%C3%A7%C3%A3o%20nacional.&text=Art.%201%C2%BA%20A%20educa%C3%A7%C3%A3o%20abrange,civil%20e%20nas%20manifesta%C3%A7%C3%B5es%20culturais.>>. Acesso em: 03 jul. 2023.</p></div><div data-bbox=)

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. MEC/SEF: Brasília, 2018.

FELIZARDO, K.R.; NAKAGAWA, E.Y.; FABBRI, S.P.F.; FERRARI, F.C.; **Revisão Sistemática da Literatura em Engenharia de Software: Teoria e Prática**. 1. Ed. Rio de Janeiro: Elsevier. 2017.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 65. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2018.

GAL, I. Adult's Statistical Literacy: meaning, components, responsibilities. **Statistical Review**, Auckland, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/1403713>.

Acesso em: 5 fev. 2024.

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos CEDES**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr., 2008.

MENDES, A. V. **Uma experiência envolvendo professoras, professores e o programa ‘Nossa Escola Pesquisa sua Opinião’ (NEPSO):** apropriações do uso pedagógico da pesquisa de opinião. Orientador Prof. Dr. André Augusto Deodato. 2022. 200 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2022.

MORAES, J. C. P.; PEREIRA, A. L. Análise de competências específicas na BNCC de matemática, indícios para abordagem metodológica e afastamentos dos PCN. **Revista Valore**, [s. l.], v. 6, p. 955-967, 2021. Disponível em: <<https://revistavalore.emnuvens.com.br/valore/article/view/952>>. Acesso em: 5 mar. 2024.

NEVES, S. C.; RODRIGUES, L. M.; BENTO, P. S.; MARANHÃO, S. A.; NEVES JR., I. Aprendizagem significativa por descoberta: uma reflexão da problematização sob a abordagem de Ausubel. **Investigação Qualitativa em Educação**, [S. l.], v. 1, p. 719-724, 2017. Disponível em: <https://www.proceedings.ciaiq.org/index.php/ciaiq2017/article/view/1391>. Acesso em: 04. jun. 2023.

OLIVEIRA, F. J. S. **Letramento estatístico na educação básica:** o uso de tecnologias digitais em pesquisas de opinião. Orientador Prof. Dr. Diogo Alves de Faria Reis. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação e Docência) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.

OLIVEIRA, F.J.S. Nepso - Uma abordagem em três aspectos: pesquisa educativa, aprendizagem e letramento estatístico. **Revista Educação Matemática em Foco**, v. 8, n. 3, 2020. p. 81-113. Disponível em: <http://revista.uepb.edu.br/index.php/REVEDMAT/article/view/5623>. Acesso em 12 dez. 2023

PAULA, S. C. R.; RODRIGUES, C. K.; SILVA, J. C. **Educação Matemática e Tecnologia**: articulando práticas geométricas. Curitiba: Appris, 2016.

PEREIRA, F. A.; RODRIGUES, C. K.; SOUZA, F. dos S. Pesquisa sobre variabilidade na Educação Estatística: uma revisão sistemática da literatura. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 28, p. e020004, 2020. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8656884>. Acesso em: 1 mar. 2024

PEREIRA, F. A.; SOUZA, F. dos S.; RODRIGUES, C. K. Validação de vídeos para Educação Estatística com o suporte do CHIC. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 22, n. 3, p. 538-571, 2020. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/48862>. Acesso em: 1 mar. 2024.

PONTE, J. P. Da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

PONTES, M. M. de; CASTRO, J. B. de. Uma breve discussão sobre a presença da Estatística no currículo do Ensino Fundamental. **Revista Espaço do Currículo**, [S. l.], v. 14, n. 2, p. 1-14, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufpb.br/index.php/rec/article/view/57471>. Acesso em: 27 jun. 2023.

RICHARTZ, T. Metodologia ativa: a importância da pesquisa na formação de professores. **Revista da Universidade Vale do Rio Verde**, Três Corações, v. 13, n. 1, p. 296-304, jul.2015. Disponível em: <http://periodicos.unincor.br/index.php/revistaunincor/article/view/2422>. Acesso em: 15 jan. 2024.

SCORTEGAGNA, L. Itens digitais no contexto de avaliações em larga escala. **Pesquisa e Debate em Educação**, Juiz de Fora: UFJF, v. 11, n. 1, p. 1-24, e00000, jan./jun. 2021. Disponível em: <file:///C:/Users/Cliente/Downloads/Itens%20digitais%20no%20contexto%20de%20avalia%C3%A7%C3%B5es%20em%20larga%20escala_final%20(2).pdf>. Acesso em: 08 jun. 2023.

SILVA, J. F.; CURI, E.; SCHIMIGUEL, J. Um cenário sobre a pesquisa em Educação Estatística no Boletim de Educação Matemática – BOLEMA, de 2006 até 2015. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 58, p. 679-698, ago. 2017. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bolema/a/v6QqZgytDQKh3TqgnsrZyqM/abstract/?lang=pt>>. Acesso em: 02 jun. 2023.

Análise Combinatória em Livros Utilizados na Licenciatura em Matemática ou no Ensino Médio

Jorge Henrique Gualandi¹

Ayandara Pozzi de Moraes Campos²

1 Introdução

Estudos mostram a demanda por situações de aprendizagem que contribuam para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos e, entre as possibilidades, as tarefas desafiadoras e com múltiplas resoluções (Leikin, 2009; Vale e Barbosa, 2020), ao invés de tarefas baseadas exclusivamente na aplicação de fórmulas, têm se tornado uma parte essencial no processo de ensino de matemática.

Pesquisas sobre Análise Combinatória (AC) enfatizam a utilização de fórmulas sem compreensão e recomendam o ensino de noções básicas de análise combinatória e probabilidade desde os anos iniciais do Ensino Fundamental estendendo-se ao Ensino Médio (Borba *et al.*, 2009; Teixeira, 2014, 2018, Mesquiari, 2023; Silva *et al.*, 2024) situações essas que mostram indícios de que AC é um campo de estudo relevante a ser investigado por meio de pesquisa.

1 Doutor em Educação Matemática (PUC - SP). Professor do Ifes *campus* Cachoeiro de Itapemirim e Professor credenciado do PPGEEDUC - Ufes *campus* Alegre e do Programa Educimat - Ifes *campus* Vila Velha. E-mail: jhgualandi@gmail.com.

2 Mestra em Educação em Ciências e Matemática (Ifes *campus* Vitória). Professora de matemática da Prefeitura Municipal de Cariacica e de Vila Velha. E-mail: ayandara.campos@gmail.com

Diante dessa realidade e com foco na formação inicial de professores de matemática e na futura docência de licenciandos, indagações acerca do modo como a AC vem sendo tratada no nível superior e na educação básica mobilizaram esta investigação. Assim, este texto refere-se aos tópicos “análise combinatória”, “princípio fundamental da contagem (PFC)”, “arranjo/permutação” e “combinação” presentes em dois livros, identificados simultaneamente em bibliografia básica de Projeto Pedagógico do Curso (PPC), de instituições públicas do estado do Espírito Santo, em curso presencial em Licenciatura em Matemática, e em um livro didático de matemática do ensino médio, aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2021.

Além disso, com o intuito de elucidarmos nossa percepção acerca das possibilidades para ensinar AC, apresentamos proposta de tarefa problematizada direcionada a abordar aspectos relativos a esse campo de estudo com considerações sobre como esta pode ser implementada, de modo a relativizar a matemática escolar e acadêmica.

2 Entre contribuições e direcionamentos: o que pesquisas revelam?

No que se refere à relevância da AC na educação básica, é possível verificar contribuições em situações do cotidiano, no contexto da matemática e em outras áreas de conhecimento. Apesar disso, como citado, a adoção de técnicas, em detrimento de práticas que contribuam para a compreensão de aspectos da AC, tem se sobressaído.

Em termos do seu uso social, Coutinho (2015, p.16) explicita aplicações da AC como: “[...] emplacamento de carros, códigos telefônicos, elaboração de horários escolares; [...] é possível saber, sem enumerar, quantos carros podem ser emplacados usando uma sequência de três letras seguidas de quatro números”. E, segundo Borba *et al.* (2015, p.1349), a importância do raciocínio

combinatório situa-se no fato de que este pode “possibilitar um modo de pensar necessário em situações cotidianas (tais como organização de equipes, de campeonatos esportivos, de cardápios etc.)”. Esses exemplos ilustram a presença social da AC e indicam a importância de abordá-la desde os anos iniciais do ensino fundamental, no entanto, “É possível observar que este conhecimento vem sendo sistematizado na sala de aula no último ano do ensino fundamental e de maneira mais aprofundada no ensino médio” (Ferreira e Almeida, 2019, p.278).

No que se refere ao conhecimento matemático relativo à AC, estudos mostram que o raciocínio combinatório contempla a análise de situações e envolve procedimentos sistemáticos de enumeração e/ou de determinação do número total de distintas possibilidades, sendo “um modo especial de pensamento lógico-dedutivo e, em uso pleno, denota um mais alto nível de desenvolvimento cognitivo” (Borba, Pessoa e Rocha, 2013, p. 896).

Para além dessas contribuições, Roa (2000) e Mesquiar (2023) explicam algumas conexões da AC externas à matemática, bem como para o desenvolvimento da própria matemática:

[...] a combinatória é um amplo campo da matemática com pesquisas ativas e inúmeras aplicações teóricas e práticas em áreas como geologia, química, gestão empresarial, ciência da computação e engenharia (Grimaldi, 1989). Os problemas combinatórios e as técnicas para a sua resolução têm e tiveram também profundas implicações no desenvolvimento de outros ramos da matemática, como probabilidade, teoria dos números, teoria dos autômatos e inteligência artificial, pesquisa operacional, geometria combinatória e topologia. Além disso, Heitele (1975) inclui-o entre as ideias estocásticas fundamentais (Roa, 2000, p.9). A análise combinatória vai além da matemática pura. Seu impacto é amplamente sentido em várias áreas de conhecimento, incluindo estatística, ciência da computação, economia e engenharia. Em estatística, por exemplo, a análise combinatória é fundamental para o cálculo de probabilidades e para a análise de experimentos aleatórios. Na ciência da computação, as fórmulas de análise combinatória são aplicadas em algoritmos de busca, classificação e análise de dados. Em economia, elas ajudam a calcular diferentes

cenários de investimento e risco. E na engenharia, a análise combinatória é essencial para o projeto e a otimização de sistemas complexos (Mesquiari, 2023, p.80).

Desse modo, com base nessas explicações, buscamos evidenciar a relevância de explorar tópicos de AC ao longo de toda a educação básica. Contudo, apesar desse cenário de contribuições, Sabo (2010, p.8) salienta que se o contexto for “[...] de que o aluno necessita lançar mão da memorização para escolher a fórmula certa na resolução de problemas específicos, ou seja, nesse contexto, o ensino de análise combinatória, provavelmente, resume-se apenas ao emprego de fórmulas na resolução de problemas-padrão”. Essa advertência sobre o modo de adotar e apresentar as fórmulas consta nos documentos normativos do currículo da educação brasileira, inclusive nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), conforme a seguir:

A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contra-exemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. Também significa um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica (Brasil, 2002, p.79-80).

Segundo o documento, os registros, por meio de representações como esquema, listagem, diagrama de árvore, tabela, desenho e diagrama contribuem “para clarear a conexão entre os experimentos compostos e a combinatória, pois permite que visualizemos a estrutura dos múltiplos passos do experimento” (Brasil, 2002, p.79). Corroborando esses apontamentos, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) existe a proposição de que

“Os problemas de contagem, por exemplo, devem, inicialmente, estar restritos àqueles cujas soluções podem ser obtidas pela descrição de todos os casos possíveis, mediante a utilização de esquemas ou diagramas” (Brasil, 2018, p.275). Para tanto, é coerente que o ponto de partida seja a exploração de possibilidades por meio de registros diversos e, então, posteriormente, propor situações de aprendizagem “cuja resolução depende da aplicação dos princípios multiplicativo e aditivo e do princípio da casa dos pombos” (Brasil, 2018, p.275).

Nessa linha, as fórmulas tornam-se consequência do raciocínio combinatório desenvolvido por meio de resolução de problemas diversos, sendo meio de simplificar cálculos quando a quantidade de elementos em investigação inviabiliza o uso de registros para representar tais situações. Além disso, nos PCN consta advertência sobre quais são aspectos são tratados em AC:

No ensino médio, o termo “combinatória” está usualmente restrito ao estudo de problemas de contagem, mas esse é apenas um de seus aspectos. Outros tipos de problemas poderiam ser trabalhados na escola – são aqueles relativos a conjuntos finitos e com enunciados de simples entendimento relativo, mas não necessariamente fáceis de resolver. Um exemplo clássico é o problema das pontes de Königsberg [...] Problemas dessa natureza podem ser utilizados para desenvolver uma série de habilidades importantes: modelar o problema, via estrutura de grafo [...] explorar o problema, identificando situações em que há ou não solução; convergir para a descoberta da condição geral de existência de uma tal solução [...] outros exemplos de problemas combinatórios podem ser tratados de modo semelhante, tais como determinar a rota mais curta em uma rede de transportes ou determinar um eficiente trajeto para coleta de lixo em uma cidade (Brasil, 2002, p.94).

Nessa perspectiva, de acordo com Gualandi (2012, p.27), é relevante “Estabelecer uma relação da Matemática com a própria matemática, interligando conteúdos como, matrizes e combinatória e as diversas formas de representação, através de situações envolvendo a teoria de grafos”. Ele enfatiza que “compreender é aprender o significado e aprender o significado de um objeto é estabelecer

relações com outros objetos, é relacionar um conteúdo com outros conteúdos” Gualandi (2012, p.29). Assim, na investigação desenvolvida, pretendeu-se, mesmo que não fosse o foco do estudo, observar se esses aspectos eram contemplados.

Em termos da formação inicial de professores de matemática, alguns pesquisadores apontam lacunas no desenvolvimento de conhecimentos de AC

Algumas vezes, observo professores afirmando que eles próprios não têm esses conceitos construídos de forma sólida e significativa, e, por esse motivo, evitam abordar o tema ou, optam, apenas, a apresentar aos alunos um processo de aplicação de fórmulas prontas, sem justificativas ou explicações. Assim sendo, o aluno necessita utilizar-se da memorização para aplicar a fórmula certa na resolução de problemas específicos, ou seja, o ensino de Análise Combinatória torna-se tecnicista e operacional (Sabo, 2008, p.1).

Para o desenvolvimento da presente pesquisa foram analisadas ementas de PPC de cinco instituições públicas do estado do Espírito Santo, com curso presencial em Licenciatura em Matemática. Dentre as instituições consideradas nesta análise Martins e Silva (2014) fizeram um estudo relacionado à Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes) acerca da percepção de professores formados sobre o ensino de AC. De acordo com esse estudo, de maneira geral,

pode-se verificar que os professores terminaram o curso com a impressão de que não aprenderam durante a graduação o tema Análise Combinatória. No entanto, as ferramentas básicas para esse tema são dominadas pelos profissionais participantes, o que indica que aprenderam os conteúdos que sustentam a Combinatória, mas não conseguiram apropriar-se e promover a interação necessária entre eles. Além disso, foi possível apontar que a fonte mais consultada pelos professores para apropriação do assunto é o livro didático (Martins e Silva, 2014, p.44).

Assim, ao considerar esse cenário de demanda de revisitar a AC na formação de professores, salientamos que ao desenvolverem a disciplina de AC na Licenciatura em Matemática os tópicos tratados

neste artigo sejam considerados, incluindo, por exemplo, Triângulo de Pascal, Binômio de Newton e sua expansão e Probabilidade.

3 Metodologia: abordagem da pesquisa e percurso metodológico

Diante da proposta de analisar como são abordados os tópicos de AC em livros, consideramos que esta pesquisa alinha-se à abordagem qualitativa (Bogdan e Biklen, 1994) do tipo estudo documental (Fiorentini e Lorenzato, 2007). Nessa linha, esta investigação envolve dados descritivos, sendo os capítulos dos livros os documentos mais relevantes e fonte direta pesquisada pelos próprios investigadores, os quais têm a responsabilidade quanto à apresentação dos “[...] dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto o possível, a forma em que estes foram registrados ou transcritos” (Bogdan e Biklen, 1994, p. 48).

Em relação à decisão de desenvolver um estudo por meio de análise de livros, foi por reconhecer que esse recurso didático é um dos artefatos mais utilizados para subsidiar, direcionar e, inclusive, delimitar conteúdos e abordagens de ensino. Além disso, esse interesse e tipo de pesquisa têm sido contemplados na área da educação matemática (Ferreira e Almeida, 2019; Paes e Gualandi, 2023), sob diferentes enfoques.

Dessa forma, diante da amplitude de pesquisas desenvolvidas nessa linha, é relevante identificar a produção precedente e ratificar a pertinência da investigação. Para fazer esse levantamento utilizamos a ferramenta BUSCA^d (Mansur; Altoé, 2021), com recorte temporal de 2019 a 2023, considerando que essa delimitação atende a manutenção de produção científica e contempla a última edição do PNLD.

Com os parâmetros citados e usando a combinação booleana “AND” com os termos de busca “análise combinatória”, “licenciatura em matemática”, “livro didático”, “projetos pedagógico do curso”, identificamos 28 incidências. Após esse processo, os

autores fizeram a leitura dos títulos e dos resumos, constatando que o presente estudo tinha viabilidade para contribuir com o avanço de pesquisas nesse campo.

Em seguida, direcionados pelo questionamento “Como os tópicos de Análise Combinatória são apresentados em dois livros de bibliografia básica de cursos de licenciatura e em um livro didático de matemática do ensino médio?”, iniciamos a etapa de identificar a presença de disciplinas de e para o ensino de AC nos PPCs das Licenciaturas em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) *campus* Cachoeiro (IC) e Vitória (IV) e da Ufes de Alegre (UA), São Mateus (US) e Vitória (UV).

Com base nessa averiguação, por meio da leitura das ementas, obteve-se as seguintes incidências de bibliografia básica, conforme o Quadro 1:

Quadro 1 - Bibliografia básica das disciplinas de e para o ensino de AC

Livros	IC	IV	UA	US	UV
MORGADO, Augusto César de Oliveira; CARVALHO, João Bosco Pitombeira; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; FERNANDEZ, Pedro. Análise Combinatória e Probabilidade . 9ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.	x	x	x	x	x
HAZZAN, Samuel. Fundamentos de matemática elementar: Combinatória, Probabilidade . Vol. 5. 7ª ed. São Paulo: Atual, 2013.	x	x	x	x	x
BROLEZZI, Antonio Carlos; TREVIZAN, Wanessa Aparecida. Como Ensinar Análise Combinatória . São Paulo: Livraria da Física, 2016.	x	x			
LIMA, Elon Lages <i>et al.</i> A Matemática do ensino médio . Vol. 2. 6ª ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.			x		x

NETO, Antônio. C. Tópicos de Matemática Elementar : Combinatória. Vol. 2. Rio de Janeiro: SBM, 2012.				x	
---	--	--	--	---	--

Fonte: Elaborado pelos autores, 2024.

Após verificar os dois livros incidentes nas bibliografias básicas dos 5 PPCs, conforme mostra a Figura 1, consideramos esses para investigar.

Figura 1 - Capa e respectivos conteúdos analisados dos livros das bibliografias básicas

	CAPÍTULO I — Análise Combinatória I. Introdução 1 II. Princípio fundamental da contagem 2 III. Consequências do princípio fundamental da contagem 15 IV. Arranjos com repetição 15 V. Arranjos 16 VI. Permutações 18 VII. Fatorial 19 VIII. Combinações 33 IX. Permutações com elementos repetidos 44
	1. Introdução 1 1.1 O que é Combinatória? 1 1.2 Um Pouco de História 2 1.3 Conjuntos 10 2. Combinações e Permutações 17 2.1 Introdução 17 2.2 Permutações Simples 27 2.3 Combinações Simples 31 2.4 Permutações Circulares 41 2.5 Permutações de Elementos nem Todos Distintos 45 2.6 Combinações Completas 48

Fonte: Elaborado pelos autores, 2024.

Dando continuidade à investigação, selecionamos o livro didático do ensino médio acessando coleções do PNLD 2021 para esse nível de ensino. De um total de dez coleções aprovadas, selecionamos aquela com mais incidência de escolha para ser adotada pelas escolas públicas do estado do Espírito Santo (Figura 2). Vale salientar que o livro analisado correspondeu a um exemplar do professor.

Figura 2 - Capa e respectivos conteúdos analisados do livro do ensino médio

	Capítulo 1: Análise combinatória 8 Análise combinatória: diferentes estratégias de contagem 12 Princípio fundamental da contagem 14 Além da sala de aula 19 Permutações simples 21 Permutações com repetição 25 Leitura e compreensão 28 Arranjos simples 29 Combinações simples 34 Além da sala de aula 40 Tecnologias digitais 42 Problemas que envolvem os vários tipos de agrupamentos 44 Vestibulares e Enem 46
---	---

Fonte: Elaborado pelos autores, 2024.

4 Análise dos livros

Para analisar como são abordados os tópicos de AC presentes nesses três livros, buscamos descrições iniciais com foco no tópico “análise combinatória”. A Figura 3 a seguir destaca trechos identificados nos livros da licenciatura:

Figura 3 - Destaques das bibliografias para o tópico “Análise Combinatória”



De maneira mais geral, podemos dizer que a Análise Combinatória é a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas.

Embora a Análise Combinatória disponha de técnicas gerais que permitem atacar certos tipos de problemas, é verdade que a solução de um problema combinatório exige quase sempre engenhosidade e a compreensão plena da situação descrita pela problema. Esse é um dos encantos desta parte da matemática, em que problemas fáceis de enunciar revelam-se por vezes difíceis, exigindo uma alta dose de criatividade para sua solução.



1. A Análise Combinatória visa desenvolver métodos que permitam contar o número de elementos de um conjunto, sendo estes elementos **agrupamentos formados sob certas condições**.

À primeira vista pode parecer desnecessária a existência desses métodos. Isto de fato é verdade, se o número de elementos que queremos contar for pequeno. Entretanto, se o número de elementos a serem contados for grande, esse trabalho torna-se quase impossível sem o uso de métodos especiais.

Fonte: Morgado *et al.* (2016); Hazzan (2013).

Do trecho de Morgado *et al.* (2016), ressaltamos a contribuição de que a compreensão da situação proposta precede a aplicação de técnicas e, em consonância, Hazzan (2013) destaca que os métodos favorecem a resolução de situações em que o número de elementos é extenso. Já no livro didático identificamos que, ao invés de uma abordagem descritiva do que vem a ser AC e seus impasses, Dante e Viana (2020) apresentam situações envolvendo contagem de possibilidades relativas aos jogos olímpicos e, depois dessa abordagem, enunciam os objetivos do capítulo e a justificativa:

Figura 4 - Destaques do livro do ensino médio para o tópico “Análise Combinatória”



Em um campeonato esportivo, é possível contar as possibilidades de pó-dio de acordo com a organização da competição. Em um jogo, podemos contar as possibilidades de movimentos de acordo com as jogadas anteriores. Essas situações envolvem uma área da Matemática chamada análise combinatória.

Para analisar situações como essas, podemos utilizar diferentes estratégias, que compõem a análise combinatória. Neste capítulo vamos analisar situações que envolvem contagem e aprender técnicas distintas que podem ser aplicadas em situações de permutação, arranjo e combinação.

Fonte: Bante; Viana (2020).

É importante ainda destacar que os três livros analisados alinham-se a considerações apresentadas pelos PNC e BNCC e às pesquisas no que se refere ao posicionamento de que utilizar fórmulas figura como aspecto complementar em termos do ensino de AC (Borba *et al.*, 2009, 2015 e 2013; Teixeira, 2014, 2018; Coutinho, 2015; Ferreira e Almeida, 2019; Mesquiari, 2023; Silva *et al.*, 2024).

Ao dar continuidade à leitura do livro do ensino médio, identificamos o enunciado “Análise combinatória: diferentes estratégias de contagem”. Dante e Viana (2020) apresentam situações sobre número de possibilidades como: peças de roupas, cores, sabores e organização de pessoas para serem resolvidas pelos e com os estudantes. A seguir, conforme mostra a Figura 5, destacamos uma problematização do tópico PFC:

Figura 5 - Extrato do livro do ensino médio sobre PFC

Princípio fundamental da contagem

Você acabou de explorar algumas situações que envolvem contagem de possibilidades. Vamos explorar situações de contagem nas quais podemos utilizar o princípio fundamental da contagem e o princípio aditivo.

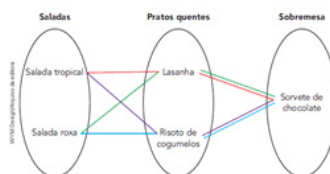
Explorando o princípio fundamental da contagem

Acompanhe a seguir algumas situações.

- a) O menu executivo de um restaurante é dividido em saladas, pratos quentes e sobremesa. Na seção de saladas, há 2 tipos: salada tropical e salada roxa. Além disso, são oferecidos 2 tipos de pratos quentes: lasanha e risoto de cogumelos. Na parte de sobremesas, há apenas uma opção: sorvete de chocolate. Considerando que os clientes vão escolher uma salada, um prato quente e uma sobremesa a cada refeição, podemos organizar todas as opções possíveis fazendo desenhos.



Ou podemos organizar as opções de refeições utilizando diagramas.



Observe que esse acontecimento tem 3 etapas, com 2 possibilidades em 2 etapas e 1 possibilidade em outra, totalizando 4 possibilidades ($2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$).

Formalizando o princípio fundamental da contagem

As análises das situações anteriores exemplificam o princípio fundamental da contagem, que pode ser definido da seguinte maneira:

Um acontecimento é composto de n etapas $a_1, a_2, \dots, a_n$ sucessivas e independentes, de maneira que

- o número de possibilidades distintas de a_1 ocorrer é b_1 ;
- para cada possibilidade da etapa a_1 , o número de possibilidades distintas de a_2 ocorrer é b_2 ;
- para cada possibilidade das etapas a_1 e a_2 , o número de possibilidades distintas de a_3 ocorrer é b_3 ;
- ...
- para cada possibilidade das etapas anteriores, o número de possibilidades distintas de a_n ocorrer é b_n .

Então, o número de possibilidades de o acontecimento ocorrer é dado por:

$$b_1 \cdot b_2 \cdot \dots \cdot b_n$$

Esse é o **princípio fundamental da contagem**.

Fonte: Dante e Viana (2020).

Dante e Viana (2020), para abordar os tópicos de AC, adotaram a seguinte sequência: apresentação, exploração e definição. Iniciam com uma breve exposição a respeito do tópico; em seguida, em “Explorando...” há situações contextualizadas com respectivas resoluções, nas quais são utilizados recursos, entre eles, diagrama de árvore, tabela e esquema, e descrições complementares, sem o uso específico de fórmulas; e depois, em “Formalizando...” são apresentadas as definições e as respectivas generalizações relativas ao tópico de AC em estudo.

Em Hazzan (2013), para apresentar agrupamentos formados sob certas condições e indicar o número de elementos de determinados conjuntos, o autor utiliza exemplos sobre o conjunto de números de dois algarismos distintos formados a partir dos dígitos 1, 2 e 3; o conjunto das diagonais de um heptágono, o conjunto das sequências de letras obtidas, mudando a ordem das letras da palavra ARI, e finaliza com o conjunto de números de três algarismos, todos distintos, formados a partir dos dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; sobre os quais ressalta: “Pode-se perceber que é trabalhoso obter todos os elementos (agrupamentos) desse conjunto e depois contá-los [...]” Hazzan (2013, p.2). Assim, diante da inviabilidade de verificar as possibilidades em determinados casos, o autor examina o PFC e os demais em tópicos em investigação. A seguir, conforme mostra a Figura 6, destacamos um dos tópicos de AC presentes no livro:

Figura 6 - Extrato do livro da bibliografia básica sobre Permutações

VI. Permutações

21. Seja M um conjunto com m elementos, isto é, $M = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$. Chamamos de permutação dos m elementos a todo arranjo em que $r = m$.

22. Exemplo:

Seja $M = \{a, b, c\}$.

As permutações dos elementos de M são todos os arranjos constituídos de 3 elementos.

São eles:

(a, b, c) (b, a, c) (c, a, b) (a, c, b) (b, c, a) (c, b, a)

23. Fórmula do número de permutações

Seja M o conjunto $M = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ e indiquemos por P_m o número de permutações dos m elementos de M .

Temos:

$$P_m = A_{m,m}$$

$$\text{logo: } P_m = m(m-1) \cdot (m-2) \cdot \dots \cdot [m - (m-1)]$$

$$P_m = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Em particular, se $m = 1$, é fácil perceber que $P_1 = 1$.

24. Exemplo:

De quantas formas podem 5 pessoas ficar em fila indiana?

Notemos que cada forma de ficar em fila indiana é uma permutação das 5 pessoas. O número de permutações (modos de ficar em fila indiana) será:

$$P_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

Fonte: Hazzan (2013).

Hazzan (2013), ao abordar os tópicos investigados, adotou a seguinte sequência: definição, questão com resolução descritiva, fórmula e questão com aplicação de fórmula. Começa apresentando a definição do tópico, depois a resolução de questão com descrição dos elementos dos agrupamentos, em seguida as “Fórmulas do número de ...” do respectivo tópico e, por fim, a questão resolvida

utilizando fórmula.

Em Morgado *et al.* (2016), o capítulo intitulado “Combinações e Permutações” inicia-se com uma descrição de que serão “[...] apresentadas as ferramentas básicas que nos permitem determinar o número de elementos de conjuntos formados de acordo com certas regras, sem que seja necessário enumerar seus elementos”. Adiante, discorrem sobre o vínculo entre técnicas de contagem e a história da matemática. Em seguida, abordam a forma pela qual as pessoas têm seu primeiro contato com a matemática e mencionam que “A primeira técnica matemática aprendida por uma criança é “contar”, ou seja, enumerar os elementos de um conjunto de forma a determinar quantos são os seus elementos” (Morgado *et al.*, 2016, p.17), bem como também pontuam a respeito do princípio da adição e da multiplicação, descrevendo-o como “ferramenta básica para resolver os problemas de contagem” (Morgado *et al.*, 2016, p.18). A Figura 7 a seguir destaca um dos tópicos de AC presentes no livro:

Figura 7 - Extrato do livro da bibliografia básica sobre Combinação Simples

2.3 Combinações Simples

De quantos modos podemos escolher p objetos distintos entre n objetos distintos dados? Ou, o que é o mesmo, quantos são os subconjuntos com p elementos do conjunto $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$?

Cada subconjunto com p elementos é chamado de uma *combinação simples* de classe p dos n objetos $a_1, a_2, \dots, a_n$. Assim, por exemplo, as combinações simples de classe 3 dos objetos a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 são

$\{a_1, a_2, a_3\}$ $\{a_1, a_2, a_4\}$ $\{a_1, a_2, a_5\}$ $\{a_1, a_3, a_4\}$ $\{a_1, a_3, a_5\}$
 $\{a_1, a_4, a_5\}$ $\{a_2, a_3, a_4\}$ $\{a_2, a_3, a_5\}$ $\{a_2, a_4, a_5\}$ $\{a_3, a_4, a_5\}$.

O número de combinações simples de classe p de n objetos é representado por C_n^p . Assim, $C_5^3 = 10$.

Analisemos esta resposta: a escolha do 1º elemento da combinação pode ser feita de 5 modos; a do 2º, de 4 modos e a do 3º, de 3 modos. A resposta parece ser $5 \times 4 \times 3 = 60$. Entretanto, se pensarmos numa combinação, por exemplo $\{a_1, a_2, a_3\}$, verificamos que as combinações $\{a_1, a_2, a_3\}$, $\{a_1, a_3, a_2\}$, $\{a_2, a_1, a_3\}$, etc... são idênticas e foram contadas como se fossem diferentes. Com efeito, se dissemos que há 5 modos de escolher o 1º elemento da combinação é porque estamos considerando as escolhas a_1 e a_2 como diferentes e portanto estamos contando $\{a_1, a_2, a_3\}$ como diferente de $\{a_2, a_1, a_3\}$. Em suma, na resposta 60 estamos contando cada combinação uma vez para cada ordem de escrever seus elementos. Como em cada combinação os elementos podem ser escritos em $P_3 = 3! = 6$ ordens, cada combinação foi contada 6 vezes. Logo, a resposta é $60/6 = 10$.

No caso geral temos

$$C_n^p = \frac{n(n-1) \cdots (n-p+1)}{p!}, \quad 0 < p \leq n,$$

$$\text{e } C_n^0 = 1.$$

Uma expressão alternativa pode ser obtida multiplicando o numerador e o denominador por $(n-p)!$. Obtemos

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}, \quad 0 \leq p \leq n.$$

Exemplo 2.12: Quantas saladas contendo exatamente 4 frutas podemos formar se dispomos de 10 frutas diferentes?

Solução: Para formar uma salada basta escolher 4 das 10 frutas, o que pode ser feito de $C_{10}^4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4!} = 210$ modos.

Fonte: Morgado *et al.* (2016).

Morgado *et al.* (2016) apresentam os tópicos de AC por meio da seguinte sequência: primeiramente, expõem questionamentos, seguidos de respostas, por meio dos quais abordam o tópico, além

de constar uma descrição envolvendo estratégias diversas; depois, apresentam a fórmula e, então, exemplo em que a solução utiliza-se da fórmula.

Em relação à permutação, na qual são agrupados todos os elementos do conjunto, e ao arranjo, em que são agrupados apenas parte dos elementos, Hazzan (2013) e Dante e Viana (2020) desenvolvem esses tópicos de forma isolada. Já em Morgado *et al.* (2016), os arranjos enquadram-se como um caso particular de permutações.

Assim, ao considerar os aspectos abordados nesta pesquisa, por meio dos três livros analisados e que estão envolvidos no ensino de AC, foram produzidos os esquemas a seguir:

Natureza	Sequência		Conjunto
Disposição	Ordenado		Não ordenado
Categorização	Todos elementos	Alguns elementos	Zero a todos elementos
Agrupamento	<i>Permutação</i>	<i>Arranjo</i>	<i>Combinação</i>
A ordem importa (agrupamentos ordenados)			
O número de objetos é igual ao número de posições $n=p$? <i>Permutação</i> $P_n = n!$		O número de objetos é maior do que o número de posições $n>p$? <i>Arranjo</i> $A_n, p=n!(n-p)!$	
A ordem não importa (agrupamento não ordenado)			
O número de objetos é maior ou igual ao número de elementos escolhidos $n \geq p$? <i>Combinação</i> $C_n, p=n!p!(n-p)!$			

Fonte: Elaborado pelos autores, 2024.

Em suma, pretendemos por meio desses esquemas ilustrar as ideias percorridas neste capítulo esperando que estes possam

contribuir de algum modo com futuras ações de ensino e outras pesquisas. Contudo, convém observar que utilizar esse modelo para verificar fórmulas a serem utilizadas coloca-se em oposição ao ensino de AC que defendemos, ou seja, aquele que prima pela compreensão da situação proposta e mobiliza múltiplas resoluções.

5 Proposta de tarefa problematizada para abordagem de aspectos relativos à AC

Para contemplar contextos de formação, bem como em práticas pedagógicas na educação básica, esta seção apresenta proposta de tarefa problematizada direcionada a abordar aspectos relativos a AC com considerações sobre como esta pode ser implementada, de modo a relativizar a matemática escolar e acadêmica.

No entanto destaca-se a importância de que cada questionamento seja resolvido por mais de uma forma, com o propósito de estimular múltiplas resoluções para uma tarefa matemática.

O professor Jorge Henrique Gualandi está organizando as ações de extensão do Laboratório de Ensino de Matemática - LEM do Ifes campus Cachoeiro. Sabe-se que licenciandos se inscreveram para o edital de seleção do Projeto 'O LEM convida'.

1: Em um primeiro momento serão selecionados dois monitores para desempenhar as funções denominadas F1 e F2. Sabe-se que até o momento desta seleção, cinco licenciandos realizaram a inscrição. De quantas maneiras esses cinco licenciandos podem ocupar essas duas vagas?

Resolução 1

Denominamos os cinco licenciandos por: A, B, C, D e E. Destaca-se que na tabela a seguir, a 1ª coluna indica o organizador e a 2ª coluna indica o secretário.

A, B	B, A	C, A	D, A	E, A
A, C	B, C	C, B	D, B	E, B
A, D	B, D	C, D	D, C	E, C
A, E	B, E	C, E	D, E	E, D

Usando representações de seqüências por meio de tabela, diagrama e / ou desenho, visualiza-se as possibilidades, e por meio da contagem, verifica-se as 20 maneiras.

Resolução 2

Inicialmente para a primeira vaga há 5 candidatos, e então, feita essa seleção, restam-se outros 4 candidatos para a segunda vaga.

Como serão preenchidas a primeira vaga e a segunda vaga, temos:

$$p_1 \cdot p_2$$

$$5 \cdot 4$$

$$20$$

Resolução 3

Arranjo pois é um agrupamento ordenado em que são selecionados parte dos candidatos inscritos.

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$A_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!}$$

$$A_{5,2} = \frac{5!}{3!}$$

$$A_{5,2} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!}$$

$$A_{5,2} = 5 \cdot 4$$

$$A_{5,2} = 20$$

2: No decorrer do processo de seleção surgiram cinco novas funções, a saber, F3, F4, F5, F6 e F7. Para ocupar essas funções, cinco estudantes que ainda não haviam sido selecionados manifestaram interesse em participar. De quantas maneiras esses cinco licenciandos podem ocupar essas cinco vagas?

Resolução 1 Denominamos os cinco licenciandos por: A, B, C, D e E. Destaca-se que na tabela a seguir, o licenciando A ocupa a primeira função e os demais as outras. <table border="1"><tr><td>A, B, C, D, E</td><td>A, D, B, C, E</td></tr><tr><td>A, B, C, E, D</td><td>A, D, B, E, C</td></tr><tr><td>A, B, D, C, E</td><td>A, D, C, B, E</td></tr><tr><td>A, B, D, E, C</td><td>A, D, C, E, B</td></tr><tr><td>A, B, E, C, D</td><td>A, D, E, C, D</td></tr><tr><td>A, B, E, D, C</td><td>A, D, E, D, C</td></tr><tr><td>A, C, B, D, E</td><td>A, E, B, C, D</td></tr><tr><td>A, C, B, E, D</td><td>A, E, B, D, C</td></tr><tr><td>A, C, D, B, E</td><td>A, E, C, B, D</td></tr><tr><td>A, C, D, E, B</td><td>A, E, C, D, B</td></tr><tr><td>A, C, E, B, D</td><td>A, E, D, C, B</td></tr><tr><td>A, C, E, D, B</td><td>A, E, D, B, C</td></tr></table> A sequência de 24 possibilidades pode ser iniciada com A, B, C, D ou E, então, irá ocorrer de 5 formas distintas: $24 \cdot 5 = 120$	A, B, C, D, E	A, D, B, C, E	A, B, C, E, D	A, D, B, E, C	A, B, D, C, E	A, D, C, B, E	A, B, D, E, C	A, D, C, E, B	A, B, E, C, D	A, D, E, C, D	A, B, E, D, C	A, D, E, D, C	A, C, B, D, E	A, E, B, C, D	A, C, B, E, D	A, E, B, D, C	A, C, D, B, E	A, E, C, B, D	A, C, D, E, B	A, E, C, D, B	A, C, E, B, D	A, E, D, C, B	A, C, E, D, B	A, E, D, B, C	Resolução 2 Inicialmente para a primeira escolha há 5 opções, e então, feita essa escolha, restam-se outras 4 opções para a segunda escolha, e assim sucessivamente, havendo 3 para a próxima, 2 para a seguinte e 1 para a última. Assim serão preenchidas a primeira e a segunda e a terceira e a quarta e a quinta vaga: $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot p_5$ $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ 120	Resolução 3 A permutação P é um caso particular de arranjo A em que todos os inscritos são selecionados. Portanto, se acontecer de em $A_{n,p}$, $n = p$, então $A_{n,p} = P_n$. $\frac{n!}{(n-p)!} = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1} = n!$ $A_{5,5} = \frac{5!}{(5-5)!} \Rightarrow P = 5!$ $A_{5,5} = \frac{5!}{0!} \Rightarrow P = 5!$ $A_{5,5} = \frac{5!}{1} \Rightarrow P = 5!$ $A_{5,5} = 5! \Rightarrow P = 5!$ $A_{5,5} = 5! \Rightarrow P = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ $A_{5,5} = 5! \Rightarrow P = 120$
A, B, C, D, E	A, D, B, C, E																									
A, B, C, E, D	A, D, B, E, C																									
A, B, D, C, E	A, D, C, B, E																									
A, B, D, E, C	A, D, C, E, B																									
A, B, E, C, D	A, D, E, C, D																									
A, B, E, D, C	A, D, E, D, C																									
A, C, B, D, E	A, E, B, C, D																									
A, C, B, E, D	A, E, B, D, C																									
A, C, D, B, E	A, E, C, B, D																									
A, C, D, E, B	A, E, C, D, B																									
A, C, E, B, D	A, E, D, C, B																									
A, C, E, D, B	A, E, D, B, C																									

3: Ao dar continuidade ao projeto, percebeu-se a necessidade de mais dois monitores para ocupar a função F8. Ao divulgar o processo de seleção para ocupar essas duas vagas, cinco estudantes do curso que ainda não haviam assumido nenhuma função se inscreveram. De quantas maneiras podem ser escolhidos dois dos cinco que manifestaram interesse?

Resolução 1	Resolução 2	Resolução 3																				
Denominamos os cinco licenciandos por: A, B, C, D e E. <table><tr><td>A, B</td><td>B, A</td><td>C, A</td><td>D, A</td><td>E, A</td></tr><tr><td>A, C</td><td>B, C</td><td>C, B</td><td>D, B</td><td>E, B</td></tr><tr><td>A, D</td><td>B, D</td><td>C, D</td><td>D, C</td><td>E, C</td></tr><tr><td>A, E</td><td>B, E</td><td>C, E</td><td>D, E</td><td>E, D</td></tr></table> Essas são as possibilidades, contudo a convocação A, B é a mesma que B, A, pois os dois estudantes desempenham a mesma função. Sendo assim, no quadro acima há repetições, visto que a ordem não importa. Assim, é preciso, a partir das 20 maneiras identificadas, dividir por 2. Portanto, existem 10 maneiras dessa situação ocorrer.	A, B	B, A	C, A	D, A	E, A	A, C	B, C	C, B	D, B	E, B	A, D	B, D	C, D	D, C	E, C	A, E	B, E	C, E	D, E	E, D	Inicialmente para a primeira vaga há 5 candidatos, e então, feita essa seleção, restam-se outros 4 candidatos para a segunda vaga. Como serão preenchidas a primeira vaga e a segunda vaga, temos: $p_1 \cdot p_2$ $5 \cdot 4$ 20 Como as duas vagas são para desempenhar a mesma função, e a ordem dos candidatos não interfere, precisamos tirar o excesso e, para tanto, dividir por ($2! = 2 \cdot 1 = 2$) Assim temos: $\frac{20}{2} = 10$	Combinação pois é um agrupamento não ordenado de elementos de um conjunto. $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ $C_{5,2} = \frac{5!}{2!(5-2)!}$ $C_{5,2} = \frac{5!}{2!3!}$ $C_{5,2} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2!3!}$ $C_{5,2} = \frac{5 \cdot 4}{2}$ $C_{5,2} = \frac{20}{2}$ $C_{5,2} = 10$
A, B	B, A	C, A	D, A	E, A																		
A, C	B, C	C, B	D, B	E, B																		
A, D	B, D	C, D	D, C	E, C																		
A, E	B, E	C, E	D, E	E, D																		

6 Considerações finais

Neste texto analisamos como são os tópicos de AC presentes em dois livros, identificados simultaneamente em bibliografia básica de PPCs de cinco instituições públicas do estado do Espírito Santo com curso presencial em Licenciatura em Matemática, e em um livro didático de matemática do ensino médio do PNLD de 2021.

As indagações iniciais para o desenvolver esta investigação envolveram contribuições da AC, mas principalmente a ampla abordagem por meio de fórmulas no ensino desse campo de estudo, pois mesmo sendo inequívoco que as práticas pedagógicas relativas a tópicos de AC não sejam subsidiadas exclusivamente por processos de aplicação de técnicas, visto que essas pouco favorecem

o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a construção de conceitos desse tema, estudos indicam a perpetuação de tarefas alicerçadas nessa perspectiva.

Esta investigação permitiu verificar que tanto os livros da licenciatura quanto da educação básica contemplam, cada qual a seu modo, a definição dos tópicos investigados, questões com contextualizações de cunho matemático e social e a presença de resoluções via registros descritivos, recursos visuais e aplicação de fórmulas.

Ademais, ao analisarmos as questões nesses livros, observamos que estes direcionam pouco a produção de múltiplas resoluções. Diante dessa constatação, é fundamental estimular a atuação docente no sentido de desenvolver práticas pedagógicas que envolvam os estudantes num processo de compreensão e desenvolvimento de conhecimentos relativos à AC. Sendo assim, por meio da proposta de tarefa problematizada, buscamos ilustrar algumas resoluções possíveis. Conforme defendem Leikin (2009) e Vale e Barbosa (2020), é relevante que as tarefas que contemplam, sempre que possível, diferentes conceitos e representações, possam fazer com que os estudantes estabeleçam relações entre possibilidades diversas para resolver questões de AC.

Referências

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto, 1994.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; ROCHA, Cristiane de Arimatéia; AZEVEDO, Juliana. Estudos em Raciocínio Combinatório: investigações e práticas de ensino na EB. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, v. 29, n. 53, p. 1348-1368, 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/d78Jmtspzcc9jzGzmBSc4rg/#ModalHowcite>. Acesso em: 18 jul. 2024.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; ROCHA, Cristiane de Arimatéa; MARTINS, Glauce Vilela; LIMA, Rita de Cássia Gomes de. O que dizem os estudos recentes sobre o raciocínio combinatório? *In: X EGEM (Encontro Gaúcho de Educação Matemática)*, X, 2009.

Anais eletrônicos... Inijuí: Unipampa, 2009. Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_8.pdf. Acesso em: 18 jul. 2024.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; PESSOA, Cristiane Azevêdo dos Santos; ROCHA, Cristiane de Arimatéa. Como estudantes e professores de anos iniciais pensam sobre problemas combinatórios. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 15, n. 4, p. 895-908, 2013. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/17752>. Acesso em: 18 jul. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 14 jul. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos PCNs. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 13 jul. 2024.

COUTINHO, Jean Lázaro da Encarnação. **Matemática para o ensino do conceito de combinação simples**. 2015. 115 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2015. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2613804. Acesso em: 6 jul. 2024.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos**: análise combinatória, probabilidade e computação (Análise combinatória) São Paulo, Brasil: Ática, 2020.

FERREIRA, Alan Gustavo; ALMEIDA, Fernando Emílio Leite de. O estudo de Combinatória no ensino médio: uma análise das organizações matemáticas no livro didático. **Educação Matemática Pesquisa Revista**, v. 21, n. 1, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/38907>. Acesso em: 9 de jul. 2024.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Coleção “Formação de professores”**: Investigação em educação matemática, percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2007.

GUALANDI, Jorge Henrique. **Investigações matemáticas com grafos para o ensino médio**. 2012. 117 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Minas Gerais, 2010. Disponível em: https://bib.pucminas.br/teses/EnCiMat_GualandiJH_1.pdf.pdf. Acesso em 8 jul. 2024.

HAZZAN, Samuel. **Fundamentos de matemática elementar**: Combinatória, Probabilidade. Vol. 5. 7ª ed. São Paulo: Atual, 2013.

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO. **Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática do Ifes campus Vitória**. Vitória, 2020. Disponível em: <https://www.ifes.edu.br/images/stories/-publicacoes/cursos/graduacao/Vitoria/PPC-matem%C3%A1tica-vitoria-vigente-2020.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2024.

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO. **Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática do Ifes campus Cachoeiro**. Cachoeiro de Itapemirim, 2020. Disponível em: <https://www.ifes.edu.br/images/stories/-publicacoes/cursos/graduacao/Cachoeiro/ppc-lic-matematica-cachoeiro-vigente-a-partir-de-2020.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2024.

LEIKIN, Roza. Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In: LEIKIN, Roza; BERMAN, Abraham; KOICHU, Boris (Org). **Creativity in mathematics and the**

education of gifted students . Rotterdam, the Netherlands: Sense Publisher, 2009. p. 129-145. Disponível em: <https://brill.com/display/book/9789087909352/BP000010.xml>. Acesso em: 5 jul. 2024.

MANSUR, Daniel Redinz; ALTOÉ, Renan Oliveira. Ferramenta tecnológica para realização de revisão de literatura em pesquisas científicas: importação e tratamento de dados. **Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco**, v. 10, n. 1, p. 8-28, 2021. Disponível em: <https://ojs.ifes.edu.br/index.php/saladeaula/article/view/1206>. Acesso em: 6 jun. 2024.

MARTINS, Gêssica Gonçalves; SILVA, Joccitiel Dias da. Reflexão sobre o ensino de análise combinatória no Ensino Médio: percepções de professores formados no CEUNES–UFES. Amazônia: **Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 11, n. 21, p. 44-52, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/2369>. Acesso em: 18 ago. 2024.

MESQUIARI, Igor Luiz. **Como Resolver Problemas de Análise Combinatória com Ênfase em Modelos**. 2023. 85f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2023. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/Acervo/Detalhe/1362497>. Acesso em: 5 jul. 2024.

MORGADO, Augusto César de Oliveira; CARVALHO, João Bosco Pitombeira; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; FERNANDEZ, Pedro. **Análise Combinatória e Probabilidade**. 9ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

PAES, Matheus Antônio Mendes; GUALANDI, Jorge Henrique. Análise do capítulo de combinatória de um livro didático à luz da teoria dos registros de representação semiótica. **Brazilian Journal of Development**, v. 9, n. 11, p. 24658–24681, 2023. Disponível em: <https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/62284>. Acesso em: 12 jul. 2024.

ROA, Rafael Guzmán. **Razonamiento combinatorio en**

estudiantes con preparación matemática avanzada. 2000. 196f. Tese (Doutorado) – Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, 2000. Disponível em: <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/TesisRoa.pdf>. Acesso em: 5 jul. 2024.

SABO, Ricardo Dezso. O ensino dos Conceitos de Análise Combinatória e o Livro Didático: discurso de professores do Ensino Médio. In: XII EBRAPEM (Encontro nacional de estudantes de pós-graduação em educação matemática), XII, 2008. **Anais eletrônicos...** Rio Claro: Unesp, 2008. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/257-1-A-GT1_sabo_ta.pdf. Acesso em: 5 jul. 2024.

SABO, Ricardo Dezso. **Saberes docentes:** A análise combinatória no Ensino Médio. 2010. 210f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11440>. Acesso em: 5 jul. 2024.

SILVA, Fabrício Lobato da; COSTA, Ronaldo Matheus Castro da; GIORDANO, Cassio Cristiano; KISTEMANN JUNIOR, Marco Aurélio. Sobre a aprendizagem de análise combinatória no ensino médio: um estudo diagnóstico. **Educação Matemática em Revista - RS**, v. 1, n. 25, 2024. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/EMR-RS/article/view/3973>. Acesso em: 9 de jul. 2024.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. **Resolvendo Problemas de Análise Combinatória nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** 1ª ed. Rio de Janeiro: Editora Moderna Ltda, 2014.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. **Resolvendo Problemas de Análise Combinatória nos Anos Finais do Ensino Fundamental.** 1ª ed. Rio de Janeiro: Editora Moderna Ltda, 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO. **Projeto**

Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática da Ufes Alegre. Alegre, 2017. Disponível em: <https://matematica.alegre.ufes.br/sites/matematica.alegre.ufes.br/files/field/file/ppc-matematica-lic-ufes-ccens-alegre-versao-2017.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2024.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO. **Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática da Ufes Vitória.** Vitória, 2018. https://matematica.ufes.br/sites/matematica.ufes.br/files/field/anexo/resolucao_e_anexo_de_resolucao_matematicalicenscce_2018_finalizado.pdf. Acesso em: 16 jul. 2024.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO. **Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática da Ufes São Mateus.** São Mateus, 2018. https://prograd.ufes.br/sites/prograd.ufes.br/files/field/anexo/ppc_matematica_lic_ceunes.pdf. Acesso em: 16 jul. 2024.

VALE, Isabel Piteira; BARBOSA, Ana. Gallery Walk: uma estratégia ativa para resolver problemas com múltiplas soluções. **Revista de Educação Matemática**, São Carlos, v. 17, p. 1-19, 2020. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/193>. Acesso em: 18 jul. 2024.

Teaching Conceptions Mobilized in the Development of the Statistical Learning Project

Cassio Cristiano Giordano¹

Mauren Porciúncula²

Fernanda Ângelo Pereira³

1 Introduction

This chapter brings the results of a post-doctorate research which was made with its objective of identifying teaching conceptions mobilized in the development of the Statistical Learning Project (PAE - Projeto de Aprendizagem Estatístico), inserted in a promoted program of multimedia statistical learning of Elementary School students, in a cooperative working proposal. Complementing, a comparative analysis is presented as another approach, which was also attempted to develop the statistical learning through learning statistical projects in Basic Education but exploring cooperative working.

For that, we analyze interviews given by two groups of teachers from different backgrounds who got directly involved in managing and developing the original students' statistical research, as advocated in National Common Curricular Base (BNCC -

1 Doutor em Educação Matemática. Universidade Federal do Rio Grande. E-mail: ccgiordano@furg.br

2 Doutora em Informática na Educação. Universidade Federal do Rio Grande. E-mail: mauren@furg.br

3 Doutora em Educação em Ciências. Universidade Federal do Rio Grande. E-mail: fernandap@id.uff.br

Base Nacional Comum Curricular), following the footsteps of the research investigative cycle, of the choosing of the theme to be investigated and its data collection, by its own students, to the analysis and showing of the research results.

This research stems from quality work, of a case study, with the technological support of the software NVIVO. At the end, despite both groups recognizing the potential of the learning projects in order to explore the most different themes, in an interdisciplinary perspective, it was possible observe, among the differences, that the group who lived the collaborative experience has shown themselves more confident in their learning performance, more likely to explore the PAE in a near future, besides recognizing the importance of establishing partnerships in this work, including the teaching scope, as well as admitting that it optimizes time and resources, showing itself as a great tool in the interdisciplinary and transversal curricular articulation.

2 Contextualization

The homologation of the definitive version of the National Common Curricular Base, henceforth named simply BNCC (BRASIL, 2018), has unchained curricular changes in all the Brazilian learning systems. In the curricular component Mathematics, more specifically in Probability and Statistics thematic unit, natural heir of the old Information Treatment block, from National Curricular Parameters - PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) (BRASIL, 1997, 1998, 2002). One of the news was the explicit orientation to the development of statistical research with real data, collected by students themselves, from the 1st year of Elementary School until the end of High School, not as a learning strategy, but as an object of knowledge. To contemplate this proposition, the teacher could make use of active methodologies, some of which are well acquainted not only by the teaching staff but all the researchers: the Project Based Learning, the Problem and Mathematical Modeling Based Learning.

In this way, still in the end of 2018, we collected data from nine teachers from a public Brazilian school, who ministered their lessons in all the twelve curricular components part of their High School teaching network, besides other two, who were part of the managing team of this school unit, in two instances: before and after the development of the PAE, by their students. Our objective was to identify their previous conceptions, as well as eventual changes of conceptions, after living through this experience, in a cooperative mode. Such projects were elaborated by the students having their Mathematics teacher as a guide and a teacher from another curricular component, close to the theme being investigated by each group, in the condition of co-guide. For such, we interviewed the involved teachers before and after the investigative work. The audiovisual register of these interviews was part of the analysis material.

When this work was made, however, remote classes were not common, the tutoring groups, the social distancing which became part of our lives since the following year, when the world got to know the COVID-19 pandemic. Following the deep transformations caused by it, the educational scenario in Brazil changed much. The implementation of statistical research in groups, by the students, became even more challenging. Among the new difficulties, we highlight the low engagement coming from the students, the precariousness of access to digital resources, from the possession of gadgets, such as laptops, tablets and smartphones, to the connectivity and low level of digital knowledge, both from students and teachers. This motivated us to reevaluate the previous conditions, the development and the results gotten through the implementation of PAE.

With this intention, in 2021, we took part in a proposal of continued collaborative training of six teachers of Basic Education in three public Brazilian schools of different curricular components, with promoting the Statistical Multimedia Learning through PAE in mind. The weekly meeting happened in the second semester of that year with this group, such as the recording of a focal group

which took place in December 2021 after the showing of the results of the statistical researches made by the students at these school units, were material of our analysis.

We look into identifying the teaching conceptions mobilized in the implementation and PAE development, such as eventual changes in conception, comparing the drastic changes happened in Brazilian education in such a short period (2018/2021), highlighting two perspective changes: from cooperative working to collaborative working and from in person learning to remote learning.

In the next sections, our main theoretical references will be presented.

3 Theoretical backgrounds

This section has been subdivided in three subsections. In the first, the differences between cooperative working and collaborative working are shown, in the educational sphere. In the following section, the relations among conceptions, knowledge and concepts are discussed. In the last and third section, the development proposal of PAE, in lieu of the Data Exploratory Analysis (EDA) is presented.

3.1 Cooperative and Collaborative Working

The expressions “cooperative working” and “collaborative working”, in the educational context, have been used multiple times by Brazilian researchers, often times as synonyms, other times with distinct meaning, as observed by Fiorentini (2013). This confusion affects our comprehension about their organization and operations, also as in our way to use and/or investigate them.

Heargreaves (1998) asserts that the adoption of a collaborative working proposal configures a change in the educational paradigm, thanks to its articulator and integrator character in a world full of

expectations, uncertainties and unpredictabilities. The individual work has been devalued in a society where socio-emotional competencies have been constantly under the radar, as seen in the BNCC. The Covid-19 pandemic and its impact over the Brazilian education provides a good example. However, this author warns that the option for collaborative approach must result from a choice, not imposition.

For Garfield (1993), the cooperative learning usually implies in the realization of activities in small groups, having common objectives such as problem solving, accomplishing tasks. For this author, such learning enters in a wider category of collaborative learning, observed as a work in groups of two or more individuals mutually involved, in equal positions, in the search of comprehension, solutions or meanings, or the creation of a product.

Some researchers, such as Hall and Wallace (1993), claim that the cooperative working would be part of a collective work, in a scale which ranges from conflict to collaboration, the later observed as a superior stage. In a cooperative working, although the involved act together consensually, not all possess autonomy and power of decision. Fiorentini (2013) assumes as fundamental principles of collaborative working the voluntariness, the identity, the spontaneity, the co-responsibility, the shared leadership, the support among the pairs and the mutual respect.

These brief considerations will help to compare the PAE development in the two cases to be considered, in the EDA perspective. But prior to that, another keyword must be included in our research: conceptions, which will be seen in the next section.

3.2 Teaching Conceptions

The term conception is polysemic and, in similar to the one show in the previous section and has also been used in diverse ways in Education. Often associated with ideas and beliefs. It was applied in this sense, for example, by Azcárate (1996) in a study

about Teacher Training and professional knowledge. This author implied that one's ideas, beliefs and knowledge directly affect their comprehension regarding the proposed curriculum, becoming fundamental agents of their teaching practices.

In many researches, the idea of present conception is of a local construct associated with knowledge and the different problems to which it's applied, as observed by Artigue (1989), making evident the intrinsic nature of teaching and student practices in learning situations. The recognition of a conception highlights the plurality of perspectives on a determined Mathematical object, of representations and ways to deal with it altogether, adaptation and tooling adequacy and strategies used in problem solving emerging from Mathematical activities. Such knowledge contributes, yet, to demystify a supposedly transparency in learning communication, common in empiricist models of teaching and learning, particularizing the relationship in the teacher-student-learn triad.

Many conceptions are mobilized in the cognitive processes which conduce to building a certain knowledge. Knowledge, on one hand, is articulated in concept elaboration. The resolution of a Mathematical problem, on the other hand, involves a large sorting of conceptions, knowledge and concepts. According to Balacheff (2001, 2002). Artigue (1989) affirms that a conception assumes a local character in the interaction between the subject and the problem at hand. The multiplicity of possible conceptions in a local and personal scope and it still takes on importance to the researcher, in the sense which it is representative of an educational context, common to other students and teachers.

What interest this researcher the most is not the theoretical comprehension of a possible hypothetical genetical structure, but the identification of local conceptions which manifest themselves in a situation of analyzing the condition of passing from a certain local conception to another. According to the Theory of Conceptions (BALACHEFF, 1995, 2001, 2002; BALACHEFF & GAUDIN, 2002; BALACHEFF & MARGOLINAS, 2005) it is the changing in conceptions where the cognitive gain can be seen, the learning.

Artigue (1991, 1993, 1994) returns to the discussion about the importance of understanding better the conceptions, for students and teachers, for they are determinant in the learning and teaching processes. The conceptions work as lenses, which make every learning experience unique, but studying their origins, their functions and, above all, their transformation in learning contexts, it's possible to rethink the teaching practices in a more effective way.

Balacheff and Gaudin (2002) highlight that the knowledge must not be reduced to behavior, but it can't be taught in their absence. In the teaching and learning processes, each action mobilizes a great amount of knowledge and, in order to develop new pieces of knowledge or deepen previous ones, the mobilization of conceptions associated with the problem faced makes itself needed.

Lastly, we complete our theoretical board with EDA.

3.3 Statistical Learning Project in the Data Exploratory Analysis perspective

In the Statistical learning and teaching, we assume the theoretical mark of the Data Exploratory Analysis (EDA) and its proximity to the Project Based teaching methodology, for it values the critical investigative posture. Batanero, Estepa and Godino (1991) highlight its potentiality to create learning situations about students' interests themes, basing in graphical representations which favor the variability perception, the evaluation of order measures which minimizes the unusual cases, the use of different scales and the lack of necessity of a complex Mathematical theory, with unnecessary tools for the field learning stage.

In this research, our interest lies mainly in the development of statistical projects, and the role played by their teachers, in the EDA perspective. For Batanero and Díaz (2004), the statistical projects motivate them, differing from the simple resolution of long

lists of repetitive and decontextualized exercises. For these authors, the Statistic is the data science and these aren't just numbers, but numbers in a context. According to them, working with projects, the emphasis is on realistic situations. Batanero and Díaz (2011) say that the project development contributes to the acquisition of the following abilities, fundamental to students, as: communicative linguistic competence, mathematical competence, the competence for recognizing and interacting with the physical world, the competence for dealing with information, digital competence, social competence to exercise their citizenship, "learning to learn" competence, critical questioning competence and the competence for achieving autonomy and personal initiative. Such competences are needed for the development of cognitive and attitudinal components of Statistical Learning.

The development of PAE makes the exploration of statistical knowledge possible, in significative contexts for the students, such as techniques and strategies of great relevancy for the formation of a critical citizen, in a richer and more complex approach than the one offered by the educational books. Batanero and Díaz (2011) highlight the differences between knowing and the power to apply the knowledge. Applying them is usually much harder than it seems because not only does it require the technical-procedural knowledge (such as preparing a graphic or calculating an average), but also strategic knowledge (knowing to pick the best type of graphic, according to the nature of the variables and what is intended to be highlighted using it).

Cazorla and Giordano observe that Statistic contributes exceedingly to the interdisciplinary exploration, for being about a mediatorial science, whose role is to support the other sciences in the apprehension and comprehension of phenomena, through empiric scientific evidences, grounded in data. Wild, Utts and Horton (2018) affirm that the Statistic is a meta-discipline, capable of transforming data in insights for the real world. To better understand it, the development of Statistical learning makes itself necessary. (GOULD, 2017; GAL, 2021). For promoting the

Statistical learning, Porciúncula (2022) suggest the implementation of PAE whose development follows the steps: theme definition (according to the interest and restlessness of the researchers), obtaining and organizing data (through a survey); statistical analysis and discussing the results among the members of the group; results submission/disclosure, with the socialization of the information. In this process, the student lives the role of a researcher, of significant importance to the appropriation of the scientific knowledge building process, to the enhancing of criticality and to the exercise of full citizenship, for living in a democratic and enlightened society, in an ambient of social justice. The teacher's support, as a mediator of the interactions in the learning environment, as managing the PAE development, is fundamental.

In the following section, our methodological procedures will be presented.

4 Methodological proceedings

This is a qualitative research, under the perspective of Creswell and Creswell (2021), a case study type, according to Yin (2015). The respective data for the first phase were collected in the second semester of 2018, during in-person classes. Between August and December, the primary planning of the PAE was developed and the results were shown to all the school community, at a theater of a Brazilian public school. The Math teacher guided the research and the teacher of different subjects co-guided the students, whenever they were in need of assistance, according to the teacher's trainings and themes investigated by the students. There was no previous continuous education, only informal conversations among teachers during breaks and during the rare moments in which they were able to share classes (two or three groups, with their respective teachers, at the theater of the school, the only place capable of holding about 100 students).

During the first phase, twenty two interviews were conducted, being eleven before and eleven after the students'

research projects development and presentations to nine teachers who taught twelve subjects for the final grades from Secondary and High School, such as: Portuguese Language, English Language, History, Geography, Philosophy, Sociology, Physics, Chemistry, Biology, Math, Physical Education and Arts, besides two other teachers in school management positions. Such material, recorded in both audio and video, was analyzed by the NVIVO software. Some questions were asked for the teachers: What is Statistics? What is Statistics used for? Why do we teach Statistics in High School? Did you study Statistics in university? Have you ever conducted a statistical survey? Do you use Statistics during your own classes? Can we trust statistical surveys? Why? Which are the steps of a statistical survey? Is it important to understand Probability in order to understand Statistics? Why? Is Statistics important when studying Financial Education? Would you like to add any observations? To the school management teachers, the following questions were added: Do you use Statistics in your current job (as a school manager)?

The data collected during the second phase took place in the second semester of 2021, under the emergency remote learning (REL), during August and December, with six teachers of Portuguese, Science, Geography, Math, History and Pedagogy), teaching an Elementary second grade group and two groups from the 7th and 8th grades from Secondary school from three Brazilian public schools. They were invited to be part of a statistical multimedia learning, created ten years ago by researchers from a local federal university. In 2021, this program was financially and strategically sponsored by Fundação Carlos Chagas (FCC) and Instituto Itaú Social, whose main goal is the promotion of social transformation through playful and contextualized pedagogical practices. Its main goal is to promote statistical learning among students from Elementary grades, being assisted by digital information and communication technology (TDIC - tecnologias digitais de informação e comunicação), enabling them more capable of reading in a more autonomous and critical way the statistical

information shown throughout several types of media, especially in times filled with fake news.

Our first source of information used on the second phase consists of audiovisual recordings of weekly meetings which took place in the second semester of 2021, with the presence of researchers and teachers in a collaborative group, via Google Meet. The meetings of this collaborative group have been held for years in this project, with a prominent member turnover, due to the fact that researchers, except the group leader, conclude their own graduation, master's and doctors' studies and therefore must leave the program. Besides, the active schools change every year, because the central idea is that the teachers support the PAE methodology and function as a multiplier in their respective schools. In such a manner, other schools can be catered for. A particular factor in these last two years was social distancing, allowing meetings to be held in videoconferences platforms, such as Google Meet. Another important adaptation was the one which provided the second source of material to be analyzed: two mentoring groups on WhatsApp, with researchers, teachers and students. Simultaneously happening with these mentoring programs, periodical meetings were held in those two schools in which the final grades of Secondary school are taught, also by Google Meet, weekly in one school and twice a week in another. Our penultimate material source for analysis consisted of the recordings of the results of the projects presentations, done by the teachers and students.

Finally, we had data for analysis through the realization of a focal group, done at the end of the project in the first quarter of December. Within it, teachers and everyone involved answered ten questions about the development and management of the PAE: 1. How did you feel throughout the project? Tell us briefly how the development was made (challenges, hits, adaptations) 2. Did you observe interdisciplinary aspects during the development of the PAE? Were there any relations to Math, Portuguese, History, Geography, Arts, Religion, Physical Education or any other subjects? 3. In your opinion, how did the students feel? Was it a

playful experience for them? 4. Regarding the experiences lived in the collaborative group, which teaching knowledge do you consider having been used and/or produced in the process? 5. Which elements of knowledge do you consider in need of development, regarding its continuity of the PAE project in the school, in other moments? 6. Which statistical abilities do you think students developed? After all this time reading, participating in workshops, dynamics and sharing experiences, can you tell if it was possible to build a statistical knowledge (requirements)? 7. Were the theme choices made by students themselves enabling them to bring teenage and youth culture closer to school culture? Within these themes, was there a deepening in learning and constructing students' autonomy/protagonism? 8. What has changed in your own way of seeing Statistics after your collaborative experience? 9. Do you believe that project-based learning can contribute positively to optimizing time and resources, even in articulating different subjects? 10. If you were to start this research now, taking the interdisciplinary experience into account, what type of partnership would you look for, in terms of subjects and co-workers? Would you look for an outside partnership? The session in which these answers were taken lasted for about two hours and was made with the presence of the researchers from the federal university who originally proposed continuous training, just as the PAE implementation and development.

In the next session, we will present some results of our research.

5 Results and discussion

We will present in this session, the results of both phases of the research, being the first, started in 2018, one year before the start of the COVID-19 pandemic, which spread from the province of Wuhan, in China, and the second in 2021, with teachers and students living and learning for over a year within the modalities of ERE.

Firstly, we will analyze the answers of the interviews conducted through audiovisual recordings of nine teachers, who teach twelve different subjects mentioned before, who also participated as PAE co-guides and of two managers that have assisted teachers and students. We verify that, initially, there was no clarity regarding the nature of Statistics. Few teachers defined it as an autonomous science. Many of their initial definitions treated Statistics as a Math field or have confused this science with a set of practices or methodological procedures mentioned, many times, as “statistics”.

We consider essential for the development of a project-based approach the engagement of the staff, both teachers and management. We believe that this work should not be done solely by the Math teacher, because the elements of knowledge presented by Gal (2021) transcend the field of Math, as observed by Batanero & Diaz (2004, 2011). We must bring forth that there were teachers of twelve areas of knowledge which are part of the High School syllabus, under the condition of co-guides on the students' projects (Arts, Portuguese, English, Physical Education, History, Geography, Sociology, Philosophy, Physics, Chemistry, Biology and Math). There were nine teachers, because three of them taught two subjects, besides the school management staff (Principal and Pedagogical Coordination), who supported this initiative. When we compare the set of words emerging from teachers' speech (the forty most mentioned words with more than five letters, in the Portuguese language) it came to our attention the wide use of the words 'work', 'collect', 'results', in procedure-like character, such effect which we attribute to co-guided teachers' experience in participating in the moment when the results of the investigations conducted by students were released, through a panel.

From three members of the management staff, at the moment of our data collection, one answered our questions as a teacher, because the professional had just become a member of the management team, due to a leave from another staff member. Thus, we will analyze only the answers from two managers (the

principal and the academic coordinator). Comparing both word clouds which emerged from the management speech (the forty most mentioned words with more than five letters, in the Portuguese language), in both interviews, our attention was directed to the emphasis given to the word 'research'.

In the first interview, school managers talked about Statistics as a set of results, whereas in the end, they were talking about it as a dynamic process of research. On the first three questions, to define Statistics, its usefulness to humankind and the justification of its inclusion in the High School syllabus, both highlighted its usefulness and proceedings, emphasizing its importance to our society when reading and interpreting the world around us, as well as anticipating eventual problems. The word science was not mentioned. There are no significant differences between both moments during the data collection.

Questions 4, 5 and 6 from the first dictionary revealed two stances completely opposite to one another. While one manager claimed to have studied Statistics both in the undergraduate (Pedagogy course) and graduation courses and affirmed to use them in her tasks as a manager, the other one said she hasn't neither studied nor used in her worklife. However, both declared to have conducted a statistical survey related to teaching and learning issues in the school environment. As to reliability in Statistics, both judged it to be trustworthy, justifying their answers on the efficacy and efficiency of its methodological proceedings. One of the managers added that the results can be reliable or not, depending on your source. The answers did not differ in any moments during the interview.

Concerning the phases of the statistical survey, the manager G1 mentioned the problematization and collection in the first interview, adding the release of the results in the second interview. Now, the manager G2 mentioned only the problematization in the first interview whereas in the second the professional added the data collection and presented distinct types of surveys as well. When approaching the Statistics interface to Probability and Financial

Education, both managers recognized a complementary relation from the first to the second considering that when it comes to Education, the connection was established, even though it hadn't been explicit.

In the final observations, manager G1 had nothing to add, but the manager G2 highlighted, in their first interview, the importance of Statistics, as well as Probability and Financial Education to break through the fear and distaste of some students regarding Math, because they judge these three areas more useful and attractive to them. In the second interview, G2 emphasized the dedication and carefulness of students when taking part in Statistic projects, praising the importance of such work at school. We did not observe major changes in the management thoughts about learning and teaching Statistics, except for the recognition of researching phases and the final observations from one of them, maybe so because from three groups (students, teachers and managers), the latter, for the nature of their tasks within the school, have been the ones who kept their distance from the surveys.

As for the teachers involved in the second phase of our investigations, PAE implementation and development have brought to light, initially, insecurity, fear of the new and acceptance of a new methodology, but the confidence in the support given by the researchers led them into accepting the challenge. The six teachers involved claimed to be their first experience with statistical projects.

The collaborative group was welcoming and were able to hold back their own angst and anxieties. Finally, these teachers experienced a sense of relief and gratitude, when they saw the final students' paperworks. In the words of one of the teachers involved "That is the goal, isn't it? It covers everything from a research point of view and I think this is it, this is the cool thing about it" and, talking about the work done: "sometimes we do and we don't even realize how interdisciplinary it is, but we research and research and we need to know minimally about other areas too, right?". This same teacher concluded that "the main goal of the project is

to let students be aware they have a collective space of dialogue, discussion and research”. Another teacher observed that “in a very traditional teaching environment, everything was very linear, one thing after the other, very little interdisciplinarity”. It used to be a safe path, even though it was little motivational for students and even teachers.

During the Focal Group, in a two-hour session, the teachers emphasized more advantages than difficulties when adding to their regular teaching practices. The word cloud made during the Focal Group sessions with the teachers, with the 40 most mentioned words with more than 5 letters (in Portuguese), denominates the importance of learning Statistics by making Statistics, under the perspective of EDA (Batanero; Díaz, 2011), making under the sense of “statisticalize”, as defended by Conti (2009, p. 173): “it is possible, yes, to learn and ‘statisticalize’ and it can happen in a public school, from the suburbs, with students who are able to overcome their own difficulties; and that possibility does not revolve around statistical knowledge”.

Considering the interdisciplinary perspective, exploring the transversal themes and the formative itineraries in education post-BNCC, it indeed does not revolve around it. Echoing the “making” aspect, we highlighted the words “work” (noun), “work” (verb), project. The word “time” was associated to three different contexts: the time available to develop the project without causing harm to the syllabus, most importantly at the start of the projects, the time left, with the return of students to in-person classes, to make possible the culmination of the project, alongside making the results available, and time optimization, when incorporating knowledge objects from different syllabuses, itineraries and transversal themes, as well as the likelihood of observing the speeches acquired with the help of the NVIVO software.

The PAE posed a challenge, requiring from the teacher the acceptance of living with uncertainty, because the research paths were in the students’ hands. According to her, “the biggest learning was to allow us not to be in control”. A third teacher said she was

fascinated with the results, mostly with the level of engagement of the students: “they felt so important while giving us numerous explanations about their research!”.

Next, we will present some of our conclusions.

6 Conclusions

The answers acquired from teachers and managers who cooperatively acted in the development of the PAE, showed that the project-based Statistics approach can contribute to a change in the conceptions from teachers and managers about this particular science, as well as about the production and release of scientific research process. In the following year, at the same school, with eight from those eleven professionals who stayed at the school, there was a continuity on interdisciplinary projects, not only in Statistics, but also involving elements of old and new syllabuses from this particular school, such as Projeto de Vida, Tecnologia e Inovação (Life Project, Technology and Innovation), transversal contemporary themes (BRASIL, 2019a), namely Educação Financeira e Educação Fiscal (Financial Education and Fiscal Education) and formative itineraries (BRASIL, 2019b), such as Conexão Empreendedora e Cidades Sustentáveis (Entrepreneur Connection and Sustainable Cities).

The BNCC, (BRASIL, 2018), despite all the criticism it has received, a great part of them is well fundamented, to our mind, has given a boost to learning active methodologies, making it possible to develop statistical research via projects as a knowledge object. Such changes have required and will continue to require, in the years to come, a big investment of effort and resources in initial and continuous formation. We hope that the collaborative groups participate in these formative proposals.

The COVID-19 pandemic, and the ERE implementation, just when educational professionals were trying to adapt themselves to the syllabus changes due to the BNCC publication (BRASIL,

2018), became one of the most challenging moments for a whole generation of teachers in our country.

To guarantee engagement from students during online classes, to bring community and school closer, to participate in collaborative continuous formation, mentoring, strategic technical support, while keeping an open channel for communication of everyone involved in any educational process was necessary when facing an educational crisis. To be able to see schools reopening, combined with the event when students release their research data, with of all the school community being present, and also being able to register audio visually and through a book, with teachers narratives, side by side with the researchers analysis, was rewarding, in the words of these professionals.

For the teachers, to develop the PAE during a pandemic was an opportunity to reinvent, break and rebuild knowledge, establishing partnerships, collaborating, sharing knowledge and feelings, and daring. They started to see Statistics in a different way, getting aware that they knew much more than they had thought when assisting their students in constructing statistic graphs, with technological support of multiple computer resources and even using paper and pencils, reading and interpreting frequency charts, writing and revising students' argumentation based on scientific data, above all in the moments preceding the release of their results. The biggest differential of the second group was to acknowledge the need of partnership, of dealing better with opportunities in continuous formation. 7

We hope to have contributed with our research to deepen the reflection about teaching conceptions, through cooperative and collaborative proposals, when developing the statistical learning and teaching.

References

- ARTIGUE, M. Épistémologie et didactique. Paris: **Cahier de DIDIREM**, v. 3, p. 14-19, 1989.
- ARTIGUE, M. Épistémologie et didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 10, n. 2, p. 241-285, 1991.
- ARTIGUE, M. Connaissance et métaconnaissance, une perspective didactique. In: Baron M., Robert A. (eds.) *Métaconnaissances en IA, en EIAO et en Didactique des Mathématiques*. RR *Laforia*. Paris: Institut Blaise Pascal, v. 93, n. 18, p. 29-42, 1993.
- ARTIGUE, M. Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. **Didactics of mathematics as a scientific discipline**, v. 13, p. 27-39, 1994.
- AZCÁRATE, P. G. **Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de la primaria en torno a las nociones de la aleatoriedad y probabilidad**. Granada: Comares, Colección Matema, 1996.
- BALACHEFF, N. Conception, connaissance et concept. In: Grenier, D. (Ed.). *Séminaire de l'équipe DidaTech*. Grenoble: **IMAG**, p. 219-244, 1995.
- BALACHEFF, N. Les connaissances, pluralité de conceptionsle cas des mathématiques. In: Conference Ingenierie de la Connaissance. Toulouse: **Actes de la conférence**, p. 83-90, 2001.
- BALACHEFF, N. Cadre, registre et conception. Grenoble: **Les cahiers du laboratoire Leibniz**, v. 58, p. 1-19, 2002.
- BALACHEFF, N.; GAUDIN, N. Student's conceptions: an introduction to a formal characterization. Grenoble: **Les cahiers du laboratoire Leibniz**, v. 65, p. 1-21, 2002.
- BALACHEFF, N.; MARGOLINAS, C. CK ϕ : modèle de connaissances pour le calcul des situations didactiques. In: Mercier, A. & Margolinas, C. (Eds.). **Balises pour la didactique**

des mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions, p. 75-106, 2005.

BATANERO, C.; DÍAZ, C. El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. In J. Patricio Royo (Ed.), **Aspectos didácticos de las matemáticas**, p. 125-164. Zaragoza: ICE, 2004.

BATANERO, C.; DÍAZ, C. **Estadística con proyectos.** Granada: Universidad de Granada, 2011.

BATANERO, C.; ESTEPA, A. & GODINO, J. D. Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria. **Suma**, v. 9, p. 25-31, 1991.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: Ministério da Educação, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: Ministério da Educação, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Brasília: Ministério da Educação, 2002.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: Ministério da Educação, 2018.

BRASIL. **Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: Contexto Histórico e Pressupostos Pedagógicos.** Brasília: Ministério da Educação, 2019a.

BRASIL. **Referenciais Curriculares para a Elaboração de Itinerários Formativos.** Brasília: Ministério da Educação, 2019b.

CAZORLA, I. M.; GIORDANO, C. C. O papel do letramento estatístico na implementação dos Temas Contemporâneos

Transversais da BNCC. In monteiro, C. E. F.; CARVALHO, L. M. T. L. **Temas Emergentes em Letramento Estatístico**. Recife: Editora UFPE, p. 88-111, 2021.

CONTI, K. C. **O papel da estatística na inclusão de alunos da educação de jovens e adultos em atividades letradas**. Dissertação (Mestrado em Educação). Campinas: Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2009.

CRESWELL, J. W.; CRESWELL, J. D. **Projeto de pesquisa - Métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 5ª edição. Porto Alegre: Penso Editora, 2021.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: Borba, M. C.; Araújo, J. L. (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 5ª Edição (pp. 53-85). Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

GAL, I. Promoting statistical literacy: Challenges and reflections with a Brazilian perspective. In Monteiro, C. E. F.; Carvalho, L. M. T. L. **Temas Emergentes em Letramento Estatístico**. Recife: Editora UFPE, p. 37-59, 2021.

GARFIELD, J. Teaching statistics using small-group cooperative learning. **Journal of Statistics education**, v. 1, n. 1, p. 1-9, 1993.

GOULD, R. Data literacy is statistical literacy. *Statistics Education Research Journal*, v. 16, n. 1, p. 22-25, 2017.

HALL, V.; WALLACE, M. Collaboration as a Subversive Activity: a professional response to externally imposed competition between schools? **School Organization**, v. 1, n. 2, p. 101-117, 1993.

HARGREAVES, A. **Os professores em tempos de mudanças: o trabalho e a cultura dos professores na idade moderna**. Lisboa: Mcgraw-Hill, 1998.

PORCIÚNCULA, M. **Letramento Multimídia Estatístico - LeME: Projetos de Aprendizagem Estatísticos na Educação Básica e Superior**. Curitiba: Ed. Appris, 2022.

WILD, C.; UTTS, J.; HORTON, N. What is Statistics. In: Ben-Zvi, D.; Makar, K.; Garfield, J. (ed.). **International Handbook of Research in Statistics Education**. Gewerbestrasse: Springer International Handbooks of Education, p. 5-36, 2018

YIN, R. K. **Estudo de Caso**: planejamento e métodos. Porto Alegre: Bookman, 2015.

Índice remissivo

A

Análise combinatória 16, 170, 180

B

Biologia 14, 33, 38, 42

C

Combinatória 11, 17, 159, 164, 166, 167, 168, 169, 181, 182, 183

crianças 15, 16, 58, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 95, 109, 115, 116, 117, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 126, 127, 129, 133, 134, 136

E

Educação Estatística 9, 13, 14, 33, 34, 35, 36, 37, 42, 48, 52, 92, 140, 141, 142, 144, 145, 148, 149, 153, 154, 157, 158, 212, 213, 214, 215, 218, 219

Educação infantil 14, 135

Educação Infantil 10, 13, 14, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 84, 91, 92, 93, 121, 134, 217

Ensino de Probabilidade 10, 95, 113

Ensino Fundamental 13, 16, 93, 141, 142, 143, 146, 148, 150, 151, 152, 154, 157, 159, 183, 219, 220

Ensino Médio 9, 13, 14, 16, 19, 31, 33, 38, 42, 61, 62, 142, 154, 159, 180, 182, 183, 204

Estatística 9, 11, 13, 14, 16, 17, 23, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 41, 42, 48, 50, 52, 81, 92, 93, 113, 139, 140, 141, 142, 144, 146, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 157, 158, 182, 212, 213, 214, 215, 218, 219

F

Física 14, 33, 38, 42, 43, 44, 45, 46, 48, 50, 52, 55, 75, 115,
166

G

Geografia 14, 33, 38, 42, 50, 146, 147

I

infância 15, 78, 80, 81, 82, 92, 116, 117, 118, 123, 124, 125,
126, 132, 133, 134, 136, 141

Infância 10, 93, 115

Interdisciplinar 9, 14, 33, 219

investigação 13, 48, 54, 56, 57, 66, 72, 99, 101, 109, 124, 141,
142, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 153, 160, 163, 164,
165, 167, 171, 178, 179

J

jogos 13, 14, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 68, 71, 72, 73, 75, 79,
92, 98, 99, 103, 121, 124, 169

L

letramento estatístico 13, 14, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 28, 29,
30, 31, 156, 204, 214

literatura infantil 13, 15, 87, 88, 92

M

Matemática 14, 19, 31, 33, 34, 35, 37, 38, 42, 48, 49, 50, 51,
52, 53, 54, 55, 60, 62, 74, 75, 79, 87, 93, 98, 113, 115,
128, 134, 135, 136, 137, 139, 140, 141, 143, 146, 147,
149, 150, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160,
162, 163, 164, 166, 167, 176, 178, 179, 180, 181, 182,
183, 184, 185, 204, 205, 211, 212, 213, 214, 215, 216,
217, 218, 219, 220

materiais manipuláveis 13, 91

Método 10, 139

P

PAE 16, 17, 185, 186, 187, 188, 189, 192, 193, 195, 196, 197, 199, 200, 201, 202

Pedagógica 9, 55, 219

Práticas Pedagógicas 10, 95, 128

probabilidade 11, 13, 14, 15, 24, 27, 28, 53, 57, 60, 61, 62, 63, 64, 67, 69, 70, 71, 73, 74, 75, 80, 82, 88, 92, 93, 97, 102, 103, 104, 106, 110, 156, 159, 161, 180

Probabilidade 9, 10, 11, 14, 17, 35, 55, 73, 77, 79, 80, 81, 82, 84, 86, 87, 88, 89, 90, 92, 93, 95, 113, 165, 166, 181, 182

problemas 13, 20, 31, 49, 51, 52, 56, 59, 73, 74, 79, 103, 110, 117, 119, 121, 123, 124, 126, 128, 129, 152, 161, 162, 163, 164, 173, 180, 184

professores 11, 12, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 31, 33, 34, 37, 38, 40, 47, 51, 53, 55, 57, 61, 73, 79, 82, 93, 96, 97, 103, 104, 106, 107, 108, 111, 112, 114, 115, 116, 118, 120, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 130, 133, 136, 137, 138, 140, 141, 145, 146, 147, 148, 153, 154, 156, 157, 160, 164, 180, 181, 182, 183, 205, 212, 213, 215, 216, 219, 220

R

Raciocínio Combinatório 10, 115, 179

S

sala de aula 13, 20, 40, 54, 71, 75, 84, 89, 90, 100, 102, 103, 104, 105, 108, 109, 115, 124, 126, 133, 146, 157, 161, 212

Sobre os autores



Adriana Maira Ferreira Cardoso Monteiro

- Graduada em Licenciatura em Matemática pelo UNI-BH (Centro Universitário de Belo Horizonte), em 2007. Pós-graduada em Matemática pela UFSJ (Universidade Federal de São João Del Rei), em 2012. Mestrado pelo Programa de Pós-graduação de Mestrado Profissional em Educação e Docência pela UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais), em 2024. Já atuou como professora de matemática nas redes pública e particular de Belo Horizonte e Ribeirão das Neves. Em 2024, está atuando como diretora escolar. E-mail: adrianamairafc@gmail.com.



Adriano Amâncio de Oliveira - Mestre

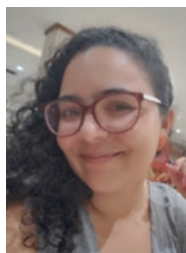
em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul, (2024) Licenciado em Matemática pela Universidade de Guarulhos (2004), pós-graduado em docência para o Ensino Superior. Atuou como Diretor de Serviços Acadêmicos na Etec de Ferraz de Vasconcelos. Atualmente é professor de ensino médio e técnico na Etec de Ferraz de Vasconcelos.



Andressa Mafezoni Caetano - Professora do

Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Federal do Espírito Santo. Pós-doutorado - UFRRJ. Doutorado e Mestrado em Educação e graduação em Pedagogia pela UFES. Líder do Grupo de Estudo e Pesquisa, Inclusão Escolar e Processos de Ensino e Aprendizagem

(GEPIPEA). Membro do Comitê Editorial da Revista Educação Especial em Debate/Ufes, no ano de 2021. É membro do Núcleo de Ensino, Pesquisa e Extensão em Educação Especial (NEESP/Ufes).

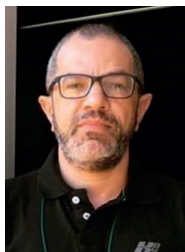


Ayandara Pozzi de Moraes Campos: Doutoranda e mestra em Educação em Ciências e Matemática pelo Ifes *campus* Vitória (2021). Graduada em Licenciatura em Matemática pelo Ifes *campus* Cachoeiro de Itapemirim (2013) e em Pedagogia pela Universidade Norte do Paraná (2021). Tem experiência como docente na Educação Básica e como formadora de licenciandos em matemática, licenciandos em pedagogia e professores que ensinam matemática. Atualmente é professora de Matemática efetiva da Secretaria Municipal de Educação de Cariacica e de Vila Velha e pesquisadora do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo - GEPEM-ES e do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática do Espírito Santo - GPEMES.



Bruna Ferreira Lopes - Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal de Goiás - UFG. Acumula anos de experiências como professora de Matemática na Educação Básica. É discente do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática - PPGEM, pela Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF e atualmente estuda como a Educação Estatística pode contribuir para uma reflexão crítica quanto ao uso desmedido das mídias digitais. Acredita que a Matemática pode e deve ultrapassar as quatro paredes de sala de aula de forma significativa,

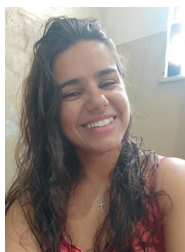
relevante e principalmente prazerosa. Seja como professora de Matemática e principalmente como ser humano, ela crê que entusiasmo, comprometimento e paixão são fundamentais em nosso mover pessoal, profissional e acadêmico.



Cassio Cristiano Giordano - Pós-Doutor em Ensino em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande – FURG. Mestre e Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP. Áreas de atuação como pesquisador: Educação Financeira e Educação Estatística. Atualmente é Professor de Matemática da Rede Estadual de São Paulo, SP. E-mail: ccgiordano@gmail.com



Chang Kuo Rodrigues - Possui doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2009). Atualmente é docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora nos cursos de Mestrado e Doutorado Profissional. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Educação Estatística, Educação Financeira Escolar, Educação Inclusiva, Ensino e Aprendizagem na Educação Básica, no Superior e na formação de professores.



Cristimara Rodrigues de Castilho - Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2017). Mestra em Educação Matemática (2020) pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Especializada em Residência Docente pela UFJF

no Colégio de Aplicação João XXIII (2021). Atualmente é doutoranda no Programa de Pós-graduação da Universidade Federal de Juiz de Fora (2024). Atua como professora nas redes municipais de Juiz de Fora – MG e Levy Gasparian – RJ e se ocupa com a pesquisa da área de Educação Matemática na tendência da Educação Estatística, visando o exercício do letramento estatístico e probabilístico para a formação crítica do cidadão. Acredita que a escola possui um papel que vai além do objeto matemático, mas que, por meio dele, pode proporcionar possibilidades de mudança de vida.



Elizangela Tonelli - Doutorado e Mestrado em Cognição e Linguagem pela Universidade Norte Fluminense “Darcy Ribeiro” (UENF). Graduação em Letras/Inglês, pelo Centro Universitário São Camilo (ES), Especialização em Formação em EaD pela Unip (SP). Participa do grupo de estudos e pesquisa em processos de aprendizagem, cognição e interação social (EsPAcis) e do núcleo de pesquisa Pensamento Completo Aplicado. Professora do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), Cachoeiro de Itapemirim, lecionando nas áreas de Linguagens e de metodologia da pesquisa para os cursos técnicos e superiores na modalidade presencial e a distância. Tem interesse em pesquisa e estudos interdisciplinares nas áreas de cognição e linguagem, teorias da aprendizagem, práticas pedagógicas, metodologias de ensino e aprendizagem, tecnologias digitais educacionais, Educação a Distância, educação inclusiva e letramento.



Fernanda Angelo Pereira - Doutora em Educação em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande - FURG, mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF, licenciada em Matemática pela Universidade Federal Fluminense - Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior - INFES/UFF. Atua nas áreas de Educação Matemática e Educação Estatística. Atualmente é Professora de Matemática da Rede Municipal de Pirapetinga, MG. E-mail: feducamat@gmail.com



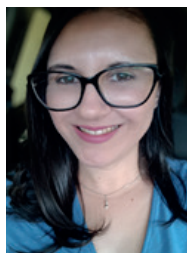
Geovane Barbosa - Possui graduação em Estatística pela Universidade Federal do Espírito Santo, especialização em Gestão Educacional pela Faculdade São Camilo, mestrado em Engenharia Ambiental pela Universidade Federal do Espírito Santo, Doutorado no Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul e Pós Doutorando em Educação Matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto Atualmente é professor do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES) com lotação no campus Cachoeiro de Itapemirim. Docente Permanente do Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat). Tem experiência como docente e pesquisador na área de Estatística e Educação, com ênfase em Educação Matemática e Educação Estatística, atuando principalmente nos seguintes temas: Formação de professores; Ensino e aprendizagem em Matemática e Estatística.



Ilaine da Silva Campos - Tem Licenciatura em Matemática, pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Mestrado e Doutorado em Educação: Conhecimento e Inclusão Social, pela Universidade Federal de Minas Gerais. É professora Adjunta da Faculdade de Educação da UFMG. Integra o corpo docente do Mestrado Profissional em Educação e Docência, da Faculdade de Educação da UFMG, na linha de pesquisa de Educação Matemática.



Jorge Henrique Gualandi - Doutor em Educação Matemática (PUC-SP), mestre em Ensino de Ciências e Matemática (PUC-MG). Graduado em Licenciatura em Matemática (FAFILE/UEMG-MG). Docente do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), *campus* Cachoeiro de Itapemirim, atuando no curso de Licenciatura em Matemática. Tem experiência como docente da Educação Básica e do Educação Superior. Atua como formador em cursos de formação inicial e continuada com professores que ensinam matemática. Professor credenciado do PPGEEDUC - Ufes *campus* Alegre e do Programa Educimat - Ifes *campus* Vila Velha. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática do Espírito Santo – GPEMES.



Kelly de Lima Azevedo Spinelli - Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE/EDUMATEC. Mestre em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE/EDUMATEC. Graduada em Licenciatura em Pedagogia pela UFRPE/UAG. Atualmente é funcionária pública do Município do Paulista-PE, atuando como

técnica pedagógica da Secretaria de Educação, como também, formadora do Compromisso Nacional Criança Alfabetizada - Programa Leitura e Escrita na Educação Infantil (LEEI). Integrante do Grupo de estudos em raciocínios combinatório e probabilístico (Geração). E-mail: kelly.azevedo@ufpe.br



Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos

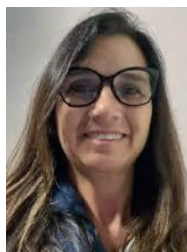
- Possui graduação em Ciências/Matemática e Pedagogia pelo Centro Universitário Amparense. Especialização em Educação Infantil pela Universidade Castelo Branco e em Educação Especial pela Uninassau. Mestrado e doutorado em Educação pela Universidade São Francisco. Pós-doutorado pela Universidade Federal de Pernambuco. Atualmente é professora e coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE/EDUMATEC. Integrante do Grupo de estudos em raciocínios combinatório e probabilístico (Geração) e líder do Grupo de estudos em Educação Matemática Inclusiva de Pernambuco (GEPeMI-PE). E-mail: jaqueline.lixandrao@ufpe.br



Marlon Rafael Jordão Viana dos Santos

- Docente do Instituto Federal do Espírito Santo, campus Cachoeiro de Itapemirim. Professor Permanente do Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat). Pós doutorando em Educação Matemática

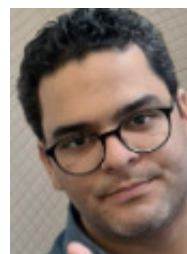
pelo Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, e-mail: geovane.barbosa@ifes.edu.br



Mauren Porciúncula - Doutora em Educação em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul- UFRGS, mestre em Engenharia Oceânica pela Universidade Federal do Rio Grande – FURG. Atua nas áreas de Educação Matemática e Educação Estatística. Atualmente é Professora na Universidade Federal do Rio Grande - FURG. E-mail: maurenporciuncula@gmail.com



Ricardo Tavares de Medeiros - Doutorando e Mestre em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo/UFES (Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Educação - PPGMPE). Professor de Atendimento Educacional Especializado do Instituto Federal do Espírito Santo – Campus Vila Velha. Graduado em Pedagogia pela Faculdade Multivix da Serra (2011). Especialista em Educação Especial e Inclusiva. Integrante do Grupo de Estudos e Pesquisas, Inclusão Escolar e Processos de Ensino e Aprendizagem (GEPiPEA), coordenado pela Prof. Dra. Andressa Mafezoni Caetano.



Sidney Silva Santos - Pós-doutor em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de Campinas (2024); doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (2022) e mestre em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo (2016). Possui graduação em Licenciatura em Matemática, com ênfase em Informática, pela Universidade Paulista (2007) e em Pedagogia pela Faculdade

Associada Brasil (2017). Professor do Programa de Pós-graduação Stricto Sensu em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul, atuando na linha de pesquisa “Currículo, Avaliação e Formação de Professores no Ensino de Ciências e Matemática”. Líder do Grupo Interdisciplinar de Pesquisa em Educação Estatística e Matemática (GIPEEM) da Universidade Cruzeiro do Sul. É membro do Grupo de Pesquisa em Educação Estatística (GPÉE) da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita, campus Rio Claro, e do Grupo de Trabalho em Educação Estatística (GT12) da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Atua como professor de Matemática dos anos finais do ensino fundamental na Secretaria Municipal de Educação de Praia Grande. E-mail: sidneysantosnm@gmail.com



Suzete de Souza Borelli - Possui graduação em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1982), graduação em Pedagogia pela Universidade do Grande ABC (1998), mestrado em Educação Matemática pela Universidade Bandeirante de São Paulo (2011) e doutorado em ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (2019). Atuou como professora de matemática na Rede Municipal e Estadual de São Paulo. Foi Diretora de divisão do Ensino Fundamental e coordenadora Pedagógica da Rede Municipal de Educação de São Paulo. Coordenou o Projeto de Recuperação e Aprofundamento da Rede Estadual de São Paulo entre 2021 -2022. Atua como formadora de professores e gestores pela Parceiros da Educação no Programa Minha Escola é Nota 10 da Rede Estadual de São Paulo

(2023). Assessorou a elaboração do Currículo da Cidade na área de Matemática do Ensino Fundamental (2017) e do Currículo da Cidade da Educação de Jovens e Adultos - Matemática (2018) na Rede Municipal de São Paulo. Elaborou e assessorou a elaboração de materiais curriculares da Rede Municipal de São Paulo (2018). Assessora de matemática da Escola de Ensino Fundamental Tarsila do Amaral. Atua na formação de professores com os seguintes temas: ensino e aprendizagem de Matemática, currículo, educação de jovens e adultos.



Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon: Licenciada em matemática e em pedagogia. Doutora em Educação pela UFES e professora do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo - IFES, *campus* Cachoeiro de Itapemirim/ES. Atua na área de Educação, com ênfase em Educação, Educação Matemática, Gestão Educacional e em Matemática.



Yasmim Ferreira Campos Viana: Licencianda em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo - IFES, *campus* Cachoeiro de Itapemirim/ES. Bolsista de Iniciação Científica [IC] pelo IFES.

Organizamos esta obra pensando em professores e pesquisadores, na expectativa de despertar ao leitor, provocações, reflexões e inspirações acerca dos processos de resolução de problemas, investigação, jogos e materiais manipuláveis, literatura infantil, projetos, pesquisa em sala de aula e de opinião, utilização de dados reais e oriundos do contexto dos estudantes relacionados ao ensino de estatística, probabilidade e combinatória, com a finalidade de desenvolver o letramento estatístico em estudantes inseridos nas diferentes etapas de ensino (Educação Infantil, Ensino Fundamental – Anos inicial e final - e Ensino Médio) da Educação Básica brasileira.

